Exercícios e simulações — Veículos Elétricos e Híbridos

Módulo 2 — Estruturas e Segurança Veicular

Material preparatório de 21/11/2026 (horário de Brasília), versão 1.0.0. 150 exercícios em 5 disciplinas, com resolução passo a passo.

Material preparatório, não oficial. Estes exercícios foram elaborados para estudo, com fórmulas usuais de cada tema. Não substituem ementas, listas ou avaliações de um curso. Os números são realistas, mas ilustrativos.

O simulador interativo (controles e gráfico) está no site, junto de cada enunciado do Módulo 1: https://www.wilsontecnologia.com/simulacoes-veiculos-eletricos

Disciplinas neste PDF

1. Design e Arquitetura do Veículo (20 h) — 30 exercícios
2. Qualidade e Confiabilidade (24 h) — 30 exercícios
3. Segurança Veicular (24 h) — 30 exercícios
4. Simulação e Análise Estrutural (40 h) — 30 exercícios
5. Vibração e Acústica Veicular — NVH (32 h) — 30 exercícios

Cada exercício traz enunciado, conceito, fórmula, origem, passos, resposta, interpretação e um erro comum a evitar. Tente resolver antes de ler a resolução.

Design e Arquitetura do Veículo (20 h)

7.1. Altura do CG por pesagem em rampa (Básico)

Enunciado. Em piso plano, a balança marca 4 856 N no eixo dianteiro do up!. Com o carro subindo uma rampa de 15° (dianteira mais alta), a mesma balança marca 4 380 N (dados de exemplo, coerentes com h = 0,50 m). Recupere a altura do centro de gravidade.

Conceito. Quando o veículo sobe uma rampa, parte da normal sai do eixo dianteiro e vai para o traseiro. Essa variação é proporcional à altura do CG e ao seno do ângulo, e é o ensaio clássico para estimar h sem abrir o carro.

Fórmula. $h = ((F_{zd,plano} - F_{zd,\alpha})\, L)/(m\, g\, \operatorname{sen}\, \alpha)$

De onde vem. No plano, o momento em torno do eixo traseiro dá $F_{zd,plano} = m\, g\, b / L$. Na rampa, o peso passa pelo CG e o braço extra é $h \operatorname{sen} \alpha$, o que reduz a normal dianteira em $(m\, g\, h \operatorname{sen} \alpha) / L$. Isola-se h dessa diferença.

Resolução

1. **Variação da normal dianteira.** $\Delta F = 4\,856 - 4\,380 = 476$ N. Na subida, com a dianteira mais alta, carga vai para o eixo de trás.
2. **Seno do ângulo.** $\operatorname{sen} 15° = 0{,}2588$.
3. **Aplicar a fórmula.** $h = 476 \times 2{,}40 / (900 \times 9{,}81 \times 0{,}2588) = 1\,142 / 2\,285 = 0{,}50$ m.

Resposta. h = 0,50 m.

Interpretação. Duas pesagens e o entre-eixos bastam para estimar h, desde que os pneus e a suspensão não mudem demais a geometria na rampa. É um dado de arquitetura que depois alimenta rolagem, transferência de carga e risco de tombamento.

Erro comum a evitar. Usar o cosseno no lugar do seno, ou esquecer de converter 15° para radianos no seno, o que distorce h por um fator próximo de $15 / 0{,}26 \approx 58$ se o ângulo for deixado em graus no sen de um programa que espera radianos.

7.2. Balanço de massa numa conversão elétrica (Básico)

Enunciado. O up! tem massa em ordem de marcha de 900 kg e PBT de 1 300 kg, logo 400 kg de capacidade de carga (dados de exemplo). Na conversão você retira motor, câmbio e tanque (120 kg) e instala motor elétrico, eletrônica e pacote de bateria (250 kg). Qual é a nova capacidade de carga, se o PBT não muda?

Conceito. A capacidade de carga é o que sobra entre o PBT e a ordem de marcha. Se o PBT (eixos, freios, estrutura) não é rehomologado, cada quilo a mais na conversão sai direto da carga útil.

Fórmula. $m_{nova} = m - m_{retirada} + m_{instalada}$, $carga = PBT - m_{nova}$

De onde vem. Balanço de massa e a definição de capacidade de carga como a diferença entre o peso bruto total e a ordem de marcha.

Resolução

1. **Variação de massa.** Saldo = 250 − 120 = +130 kg na ordem de marcha. Nova massa = 900 + 130 = 1 030 kg.
2. **Capacidade de carga.** Carga = 1 300 − 1 030 = 270 kg.

Resposta. A ordem de marcha sobe para 1 030 kg e a capacidade de carga cai de 400 kg para 270 kg.

Interpretação. São 130 kg a menos de carga útil, cerca de um passageiro e meia bagagem. Se a bateria for para o assoalho, o CG desce — bom para estabilidade — mas o PBT, os freios e os eixos precisam ser revistos antes de devolver carga útil.

Erro comum a evitar. Somar os 250 kg sem descontar os 120 kg retirados, o que faria a ordem de marcha ir a 1 150 kg e a carga útil a 150 kg, um retrato bem mais pessimista do que a conversão real.

7.3. Arquitetura skateboard (Básico)

Enunciado. Em um ou dois parágrafos de raciocínio, por que tantos BEV adotam a plataforma ‘skateboard’ (bateria no piso, motores nos eixos)? Cite uma vantagem e um ponto de atenção para o projeto. No simulador, veja o efeito de baixar a bateria no CG do up! convertido do exercício 7.2.

Conceito. A bateria é o componente mais pesado e volumoso do BEV. Colocá-la entre os eixos, no piso, concentra massa no centro, baixa o CG e libera o capô e o porta-malas para crash e volume útil.

Fórmula. `h_nova = (m h − m_ret z_ret + m_bat z_bat) / m_nova`

De onde vem. O CG do veículo é a média ponderada das alturas das massas. Retira-se o grupo motriz original a uma altura z_ret e instala-se o pacote a z_bat, sobre a nova ordem de marcha.

Resolução

1. **O que a arquitetura resolve.** A bateria no piso, entre os eixos, baixa o CG e organiza o pacote. O capô e o porta-malas ficam mais livres para absorção de impacto e para volume útil.
2. **Vantagem típica.** Melhor estabilidade (menor rolagem e menor risco de tombamento) e um piso estrutural que também contribui para a rigidez da carroceria.
3. **Ponto de atenção.** A proteção da bateria em impacto de piso, a vedação contra água, a manutenção (o pacote é difícil de remover) e a altura interna / vão livre são restrições de embalagem reais.
4. **Número de exemplo.** Com m = 900 kg, h = 0,50 m, retira-se 120 kg a 0,55 m e instala-se 250 kg a 0,18 m: h_nova = (450 − 66 + 45) / 1 030 = 0,417 m, cerca de 8 cm mais baixo.

Resposta. A arquitetura skateboard baixa o CG e organiza o pacote entre os eixos, com ganho de estabilidade e de espaço. O preço é proteger, vedar e conseguir intervir na bateria ao longo da vida do carro.

Interpretação. No exemplo numérico o CG cai cerca de 8 cm, e o produto m h — que alimenta a rolagem — muda pouco porque a massa subiu, mas a altura caiu. O ganho de estabilidade aparece sobretudo no ângulo de tombamento e no espaço interno, não só num único número.

Erro comum a evitar. Tratar a bateria como se ela só acrescentasse massa no CG original, sem a média ponderada das alturas, o que esconderia justamente a vantagem da plataforma skateboard.

7.4. Comprimento total a partir dos balanços (Básico)

Enunciado. Com entre-eixos 2,40 m, balanço dianteiro 0,62 m e balanço traseiro 0,52 m (dados de exemplo, próximos de um hatch compacto), qual é o comprimento total do up!?

Conceito. O comprimento total é a soma do entre-eixos com os dois balanços. Os balanços definem espaço de crash, porta-malas, ângulos de rampa e o visual do carro.

Fórmula. `L_tot = v_d + L + v_t`

De onde vem. Definição geométrica do comprimento, medido de pára-choque a pára-choque no plano de simetria.

Resolução

1. **Somar.** L_tot = 0,62 + 2,40 + 0,52 = 3,54 m.

Resposta. L_tot = 3,54 m.

Interpretação. 3,54 m é um hatch curto, fácil de estacionar. O balanço dianteiro, um pouco maior que o traseiro, reserva espaço para a zona de deformacao e para o conjunto de direção; o traseiro curto cobra preço no porta-malas e no ângulo de saída.

Erro comum a evitar. Somar só um balanço ao entre-eixos, ou usar a bitola no lugar do entre-eixos, o que não é comprimento.

7.5. Carga estática nos eixos (Básico)

Enunciado. Com massa 900 kg e repartição 55 % dianteira / 45 % traseira, quais são as forças normais nos eixos, em newtons?

Conceito. A repartição estática é o primeiro número de arquitetura: ela posiciona o CG no entre-eixos e entra em freios, tração, pneus e crash.

Fórmula. `F_zd = 0,55 m g , F_zt = 0,45 m g`

De onde vem. No plano, a soma das normais é o peso, e a fração dianteira é b / L, a distância do CG ao eixo traseiro dividida pelo entre-eixos.

Resolução

1. **Peso.** m g = 900 × 9,81 = 8 829 N.
2. **Eixos.** F_zd = 0,55 × 8 829 = 4 856 N. F_zt = 0,45 × 8 829 = 3 973 N.

Resposta. F_zd = 4 856 N e F_zt = 3 973 N.

Interpretação. São os mesmos 4 856 N da balança do exercício 7.1 no plano. A dianteira mais carregada é típica de um hatch com o grupo motriz à frente e ajuda o eixo de tração e a direção, à custa de alguma tendência ao subesterço.

Erro comum a evitar. Aplicar 55 % à massa em kg e chamar 495 kg de força, sem multiplicar por g, o que não é a normal em newtons pedida no enunciado.

7.6. Ângulo de ataque (Básico)

Enunciado. Com vão livre 0,15 m e balanço dianteiro 0,62 m, qual é o ângulo de ataque do up!?

Conceito. O ângulo de ataque é o maior ângulo de rampa que o pára-choque dianteiro ainda vence sem encostar, medido a partir do contato do pneu.

Fórmula. `θ_atq = arctg (c / v_d)`

De onde vem. No triângulo retângulo formado pelo vão livre e pelo balanço dianteiro, a tangente do ângulo é c / v_d, na hipótese de piso rígido e pneu não afundado.

Resolução

1. **Calcular.** θ_atq = arctg(0,15 / 0,62) = arctg(0,2419) = 13,6°.

Resposta. θ_atq = 13,6°.

Interpretação. Treze graus e meio é um valor de hatch urbano, suficiente para guias e rampas de garagem leves, mas curto para um uso mais aventuroso. Encurtar o balanço ou aumentar o vão livre sobe esse ângulo depressa.

Erro comum a evitar. Usar o comprimento total no denominador, ou calcular arctg(v_d / c), que daria o complemento, cerca de 76°, um ângulo de ataque impossível para este carro.

7.7. Ângulo de saída (Básico)

Enunciado. Com o mesmo vão livre de 0,15 m e balanço traseiro 0,52 m, qual é o ângulo de saída?

Conceito. O ângulo de saída é o análogo traseiro do ângulo de ataque: é ele que define se o pára-choque de trás raspa ao sair de uma rampa ou de uma guia alta.

Fórmula. `θ_saída = arctg (c / v_t)`

De onde vem. A mesma geometria do exercício 7.6, agora com o balanço traseiro.

Resolução

1. **Calcular.** θ_saída = arctg(0,15 / 0,52) = arctg(0,2885) = 16,1°.

Resposta. θ_saída = 16,1°.

Interpretação. A traseira, com balanço menor, sai um pouco mais folgada que a dianteira (13,6°). Num hatch curto isso ajuda a não raspar o pára-choque ao deixar a rampa de um prédio, mas o porta-malas continua limitado.

Erro comum a evitar. Copiar o ângulo de ataque e responder 13,6°, sem trocar o balanço de 0,62 m pelo de 0,52 m.

7.8. Ângulo de quebra no entre-eixos (Básico)

Enunciado. Com vão livre 0,15 m e entre-eixos 2,40 m, qual é o ângulo de quebra (breakover) do up!, admitindo o ponto mais baixo no meio do entre-eixos?

Conceito. O ângulo de quebra diz se o assoalho encosta ao atravessar uma crista, uma lombada alta ou uma entrada de garagem em ‘V’. É o que mais sofre num carro baixo e de entre-eixos longo.

Fórmula. `θ_quebra = arctg (c)/(L / 2)`

De onde vem. No modelo simétrico, cada metade do entre-eixos forma um triângulo com o vão livre. O ângulo de quebra costuma ser citado como esse ângulo de cada lado (e não a soma dos dois).

Resolução

1. **Calcular.** θ_quebra = arctg(0,15 / 1,20) = arctg(0,1250) = 7,13°.

Resposta. θ_quebra = 7,13°.

Interpretação. Sete graus é o ângulo mais apertado dos três (ataque, saída e quebra). Uma lombada alta ou uma rampa mal feita é o evento que mais arranha o assoalho de um hatch baixo — e, num skateboard, é também o que mais preocupa a proteção da bateria.

Erro comum a evitar. Usar L inteiro no denominador, o que daria cerca de 3,6°, ou somar os dois lados e chamar 14,3° de ângulo de quebra, mistura que aparece em alguns textos e precisa ser anunciada.

7.9. Raio de curva cinemático com esterço máximo (Básico)

Enunciado. Com entre-eixos 2,40 m e esterço máximo nas rodas de 35° (dado de exemplo), qual é o raio cinemático do centro do eixo traseiro? Estime também um raio guias a guias somando metade da bitola (1,42 m).

Conceito. No modelo bicycle cinemático, o raio até o centro do eixo traseiro é L / tan δ. Ele define o espaço de manobra e entra no diâmetro de giro anunciado, que ainda cresce com a bitola, os balanços e o pneu externo.

Fórmula. `R = L / tan δ , R_guias ≈ R + t / 2`

De onde vem. No Ackermann de baixa velocidade o centro instantâneo está no prolongamento do eixo traseiro. A estimativa R + t/2 aproxima o pneu interno à guia; o diâmetro de giro de catálogo, parede a parede, é ainda maior.

Resolução

1. **Raio no eixo traseiro.** tan 35° = 0,7002. R = 2,40 / 0,7002 = 3,43 m.
2. **Estimativa guias a guias.** R_guias ≈ 3,43 + 1,42 / 2 = 4,14 m, ou cerca de 8,3 m de diâmetro.

Resposta. R = 3,43 m no eixo traseiro; a estimativa guias a guias é 4,14 m (diâmetro de cerca de 8,3 m).

Interpretação. Um hatch curto com 35° de esterço gira em um círculo apertado, coerente com o uso urbano. Se o esterço máximo caísse para 30°, R subiria para 4,16 m e a vaga apertada ficaria bem mais difícil.

Erro comum a evitar. Usar R = L / δ com δ em graus (2,40 / 35 = 0,069 m), ou esquecer o tan e usar seno, o que aqui daria 4,18 m e um erro de quase 22 %.

7.10. Volume da cabine por um paralelepípedo de referência (Básico)

Enunciado. Como primeira estimativa de embalagem, a cabine do up! é representada por um paralelepípedo de 1,70 m de comprimento, 1,30 m de largura útil e 1,10 m de altura útil (dados de exemplo). Qual é o volume?

Conceito. No início do conceito, um volume de caixa já basta para comparar arquiteturas e ver se quatro ocupantes cabem. Depois vêm o H-point, os manequins e o CAD.

Fórmula. $V = c \cdot l \cdot h$

De onde vem. Volume de um paralelepípedo, usado como envelope bruto da cabine, não como volume legal de bagagem (VDA/ISO).

Resolução

1. **Calcular.** V = 1,70 × 1,30 × 1,10 = 2,43 m³.

Resposta. V = 2,43 m³.

Interpretação. Dois metros e meio cúbicos de envelope para quatro pessoas é apertado, típico de um city car. Subir o teto em 5 cm rende 0,11 m³, quase o volume de um carrinho de mão — e muda o CG e o Cd.

Erro comum a evitar. Somar as três dimensões (4,10 m) ou calcular a área do piso e esquecer a altura.

7.11. Nova repartição de eixos na conversão elétrica (Intermediário)

Enunciado. Na conversão do exercício 7.2, os 120 kg retirados estavam todos no vão do motor, sobre o eixo dianteiro, e os 250 kg instalados ficam no centro do entre-eixos (metade em cada eixo). Qual é a nova repartição de massa e as novas normais estáticas?

Conceito. Tirar massa da dianteira e espalhar a bateria no piso desloca a repartição para trás. Isso muda a direção, o eixo de tração, os pneus e o subesterço.

Fórmula. $m_{d,nova} = m_d - m_{ret} + m_{bat} / 2$

De onde vem. A massa de cada eixo é a original, menos o que saiu daquele eixo, mais a parcela da bateria que a geometria atribui a ele. No centro do entre-eixos, a parcela é metade.

Resolução

1. **Massas originais.** Dianteira 0,55 × 900 = 495 kg. Traseira 405 kg.
2. **Depois da conversão.** Dianteira = 495 − 120 + 125 = 500 kg. Traseira = 405 + 125 = 530 kg. Total 1 030 kg.
3. **Repartição e normais.** 50,0 / 1 030 = 48,5 % dianteira e 51,5 % traseira. F_zd = 500 × 9,81 = 4 905 N. F_zt = 5 199 N.

Resposta. A repartição passa a 48,5 % dianteira / 51,5 % traseira (500 kg e 530 kg); F_zd = 4 905 N e F_zt = 5 199 N.

Interpretação. O hatch saiu de um 55/45 clássico de motor dianteiro para um leve viés traseiro. Num BEV de tração dianteira isso reduz a aderência de tração na arrancada e no piso molhado; com motor no eixo de trás, a mudança pode ser bem-vinda.

Erro comum a evitar. Distribuir os 250 kg na mesma proporção 55/45 original, o que manteria a dianteira em 52 % e esconderia o deslocamento do CG para trás.

7.12. Inércia de guinada e o efeito de concentrar massa (Intermediário)

Enunciado. O up! original tem raio de giração de guinada k_z = 1,10 m. Após a conversão do exercício 7.2, a massa vai a 1 030 kg, mas a bateria no centro reduz k_z para 1,00 m (dados de exemplo). Compare as inércias de guinada I_z.

Conceito. A inércia de guinada governa o quanto o carro resiste a entrar e a sair da curva. Massa nas extremidades (motor no capô, bagagem no porta-malas) aumenta I_z; massa no centro, como a bateria no piso, reduz.

Fórmula. $I_z = m\ k_z^2$

De onde vem. Definição do raio de giração de guinada, com I_z tomada no eixo vertical pelo CG.

Resolução

1. **Original.** $I_z = 900 \times 1{,}10^2 = 900 \times 1{,}21 = 1\,089$ kg·m².
2. **Convertido.** $I_z = 1\,030 \times 1{,}00^2 = 1\,030$ kg·m², cerca de 5,4 % menor, apesar da massa maior.

Resposta. I_z cai de 1 089 kg·m² para 1 030 kg·m², cerca de 5,4 %.

Interpretação. O carro ficou mais pesado, mas mais 'concentrado'. Na prática ele responde um pouco mais rápido à direção, desde que os pneus e a suspensão acompanhem a nova repartição do exercício 7.11.

Erro comum a evitar. Comparar só as massas e concluir que I_z subiu 14 %, esquecendo que I_z depende do quadrado do raio de giração, que caiu.

7.13. Vão livre depois de um pacote que avança 40 mm (Intermediário)

Enunciado. A bateria do skateboard reduz o vão livre de 0,15 m para 0,11 m (o pacote avança 40 mm abaixo do assoalho original). Quais passam a ser os ângulos de ataque e de quebra, com os balanços e o entre-eixos dos exercícios 7.6 e 7.8?

Conceito. Proteger a bateria costuma pedir uma placa e uma caixa que comem vão livre. Os ângulos de rampa, já apertados num hatch, pioram, e o assoalho (agora a bateria) é o que raspa primeiro.

Fórmula. $\theta_{atq} = \operatorname{arctg}(c / v_d)$, $\theta_{quebra} = \operatorname{arctg}(c / (L / 2))$

De onde vem. As mesmas definições dos exercícios 7.6 e 7.8, com o novo vão livre.

Resolução

1. **Ataque.** $\theta_{atq} = \operatorname{arctg}(0{,}11 / 0{,}62) = 10{,}1°$, ante 13,6°.
2. **Quebra.** $\theta_{quebra} = \operatorname{arctg}(0{,}11 / 1{,}20) = 5{,}24°$, ante 7,13°.

Resposta. $\theta_{atq} = 10{,}1°$ e $\theta_{quebra} = 5{,}24°$.

Interpretação. Quarenta milímetros a menos no vão comem cerca de 3,5° de ataque e quase 2° de quebra. Num skateboard isso não é só um raspão estético: é impacto no pacote, e a placa de proteção precisa ser prevista desde o conceito.

Erro comum a evitar. Subtrair 40 mm dos ângulos em graus (13,6° − 0,040), o que não tem sentido físico, ou recalcular só o ataque e esquecer a quebra, que é o ângulo mais crítico.

7.14. Comprimento de absorção no balanço dianteiro (Intermediário)

Enunciado. A zona de deformação dianteira projetada tem 0,45 m (o mesmo curso do impacto do exercício 9.1). O balanço dianteiro é 0,62 m e o comprimento útil da cabine é 1,70 m. Qual fração do balanço fica para absorver o impacto, e quanto sobra à frente da cabine?

Conceito. O habitáculo deve permanecer íntegro; a energia do crash se dissipa à frente dele. O balanço dianteiro é o envelope dessa zona, e uma parte vai para a face estilizada, o ventilador e as travessas, não só para amassar.

Fórmula. `η_balanço = s / v_d , folga = v_d − s`

De onde vem. s é o curso de absorção adotado no conceito; v_d é o balanço. A folga precisa caber o que não pode ser comprimido até o painel de fogo.

Resolução

1. **Fração do balanço.** 0,45 / 0,62 = 0,726, ou 72,6 % do balanço dianteiro.
2. **Folga até a cabine.** 0,62 − 0,45 = 0,17 m = 170 mm para o que não pode colapsar.

Resposta. A zona de absorção usa 72,6 % do balanço; restam 170 mm à frente da cabine.

Interpretação. Cento e setenta milímetros é uma folga curta para a parede de fogo, o pedaleira e, num BEV, o pacote dianteiro de alta tensão. Alongar 5 cm o capô rende curso ou folga; encurtar o visual cobra preço no crash.

Erro comum a evitar. Dividir 0,45 m pela cabine de 1,70 m e concluir que o crash 'usa 26 % do habitáculo', invertendo o papel da zona que deve permanecer íntegra.

7.15. Campo de visão à frente pelo capô (Intermediário)

Enunciado. O ponto de visão do motorista está a 1,20 m do solo e 1,80 m atrás da ponta do capô. A ponta do capô está a 0,80 m do solo (dados de exemplo). A que distância à frente do pára-choque o motorista começa a ver o piso?

Conceito. A linha de visada que passa pela ponta do capô define o ponto cego dianteiro, importante para pedestres, estacionamento e homologação de visibilidade.

Fórmula. `d = x_capô · h_capô / (h_olho − h_capô)`

De onde vem. Semelhança de triângulos: a visada desce h_olho − h_capô ao longo de x_capô, e depois precisa descer mais h_capô até o piso, com a mesma inclinação.

Resolução

1. **Inclinação da visada.** Queda até o capô: 1,20 − 0,80 = 0,40 m em 1,80 m. Inclinação = 0,40 / 1,80 = 0,222.
2. **Distância no piso.** d = 0,80 / 0,222 = 3,60 m à frente da ponta do capô.

Resposta. O piso só aparece a 3,60 m à frente da ponta do capô.

Interpretação. Três metros e meio de ponto cego à frente é muito num uso urbano. Baixar 5 cm o capô, ou avançar o H-point, reduz esse número depressa — e é por isso que o capô 'em queda' dos hatches pequenos não é só estilo.

Erro comum a evitar. Dividir 0,80 por 1,20 e multiplicar por 1,80 (1,20 m), usando a altura dos olhos no denominador em vez da diferença 0,40 m.

7.16. Alcance do motorista até o volante (Intermediário)

Enunciado. O H-point do motorista dista 0,70 m à frente e 0,40 m acima, em linha reta até o centro do volante (dados de exemplo). Qual é o alcance, e quanto ele muda se o assento recuar 50 mm?

Conceito. O alcance ao volante é um dos primeiros cortes da ergonomia: se o H-point recua para caber o ocupante, o volante precisa acompanhar, ou o ângulo do braço sai da faixa confortável.

Fórmula. $d = \sqrt{(x^2 + z^2)}$

De onde vem. Distância euclidiana no plano longitudinal, entre o H-point e o centro do volante, ignorando a coordenada lateral neste primeiro corte.

Resolução

1. **Alcance atual.** $d = \sqrt{(0{,}70^2 + 0{,}40^2)} = \sqrt{(0{,}49 + 0{,}16)} = \sqrt{0{,}65} = 0{,}806$ m = 806 mm.
2. **Assento 50 mm atrás.** $x = 0{,}75$ m. $d = \sqrt{(0{,}75^2 + 0{,}40^2)} = \sqrt{0{,}7225} = 0{,}850$ m, 44 mm mais longo.

Resposta. d = 806 mm; com o assento 50 mm atrás, d = 850 mm (44 mm a mais).

Interpretação. Quatro centímetros a mais de alcance já se sentem nos ombros em viagem. O volante regulável em profundidade existe exatamente para absorver esse recuo sem mudar a postura do tronco.

Erro comum a evitar. Somar 0,70 + 0,40 = 1,10 m, como se o alcance fosse o perímetro e não a hipotenusa.

7.17. Porta-malas ao alongar o balanço traseiro (Intermediário)

Enunciado. O porta-malas tem 0,250 m³ (dado de exemplo). Se o balanço traseiro cresce 0,15 m, com largura útil 1,00 m e altura útil 0,80 m na nova fatia, quanto volume se acrescenta e qual é o total?

Conceito. Alongar o balanço traseiro é o jeito mais barato de ganhar bagagem, à custa do ângulo de saída, do comprimento total e, em geral, de um pouco de inércia de guinada.

Fórmula. $\Delta V = \Delta v_t \cdot l \cdot h$, $V_{novo} = V + \Delta V$

De onde vem. A fatia acrescentada é, em primeira ordem, um paralelepípedo da seção útil do porta-malas vezes o alongamento do balanço.

Resolução

1. **Volume extra.** $\Delta V = 0{,}15 \times 1{,}00 \times 0{,}80 = 0{,}120$ m³.
2. **Total.** $V_{novo} = 0{,}250 + 0{,}120 = 0{,}370$ m³, um ganho de 48 %.

Resposta. Acrescentam-se 0,120 m³ e o total vai a 0,370 m³.

Interpretação. Quase 50 % a mais de bagagem com 15 cm de balanço é um ganho enorme num city car. O ângulo de saída, porém, cairia de 16,1° para $\text{arctg}(0{,}15 / 0{,}67) = 12{,}6°$, e o comprimento total iria a 3,69 m.

Erro comum a evitar. Somar 0,15 m³ (usar o alongamento como se já fosse volume), o que dobraria o porta-malas de forma irreal.

7.18. Altura de rodagem e potência a 100 km/h (Intermediário)

Enunciado. Baixar 20 mm a altura de rodagem reduz C_d de 0,32 para 0,31 (dado de exemplo), com A = 2,10 m². Qual é a queda de potência nas rodas a 100 km/h, no plano, com os dados-base de rolamento?

Conceito. A altura de rodagem é uma decisão de arquitetura e de estilo que mexe no arrasto. Em cruise, cada centésimo de C_d se vê na potência, no consumo e na autonomia elétrica.

Fórmula. $\Delta P = (1)/(2)\ \rho\ \Delta C_d\ A\ v^3$

De onde vem. A potência de arrasto é (½ ρ C_d A v²) v. A diferença, a v fixo, é proporcional a ΔC_d v³. O rolamento não muda neste enunciado.

Resolução

1. **Velocidade.** v = 100 / 3,6 = 27,78 m/s.
2. **Queda de potência.** ΔP = 0,5 × 1,225 × 0,01 × 2,10 × (27,78)³ = 276 W. A potência nas rodas cai de 11,77 kW para 11,49 kW.

Resposta. A potência cai 276 W, de 11,77 kW para 11,49 kW.

Interpretação. São 276 W a 100 km/h, o mesmo efeito de 0,01 de C_d já visto no Módulo 1. O preço é o vão livre e os ângulos de rampa dos exercícios 7.6 a 7.8: arquitetura é esse tipo de troca, não um único ótimo.

Erro comum a evitar. Calcular só a diferença de força (½ ρ ΔC_d A v² = 9,9 N) e reportá-la como potência, esquecendo de multiplicar por v.

7.19. Largura livre da porta aberta (Intermediário)

Enunciado. A folha da porta tem 0,70 m de largura útil e abre 65° em planta (dados de exemplo). Qual é a largura livre de passagem, projetada na perpendicular do vão?

Conceito. A porta só oferece a sua largura inteira se abrir 90°. Em vaga apertada ela abre menos, e a passagem do ocupante é a projeção senoidal desse ângulo.

Fórmula. $w_{livre} = w_{porta} \cdot \operatorname{sen}\ \alpha$

De onde vem. No plano, a abertura efetiva é o cateto oposto ao ângulo de abertura, com hipotenusa igual à largura da folha.

Resolução

1. **Calcular.** sen 65° = 0,9063. w_livre = 0,70 × 0,9063 = 0,634 m = 634 mm.

Resposta. w_livre = 634 mm.

Interpretação. Em 65° já se perde 66 mm de passagem em relação aos 700 mm da folha toda. Em 45°, típico de uma vaga estreita, a livre cai para 495 mm — e entrar no banco de trás de um hatch curto fica difícil.

Erro comum a evitar. Usar o cosseno (296 mm) ou multiplicar o ângulo em graus pela largura, o que não é uma dimensão de passagem.

7.20. Repartição ao alongar o entre-eixos sem mudar o CG (Intermediário)

Enunciado. O up! é alongado em 200 mm no entre-eixos (L passa a 2,60 m), sem mudar a posição do CG em relação ao eixo traseiro (b = 1,32 m). Qual é a nova parcela de peso dianteira e a nova normal dianteira?

Conceito. Uma plataforma modular alonga o assoalho no meio. Se o grupo motriz e os ocupantes da frente não andam com o eixo, o CG fica relativamente mais atrás e a dianteira alivia.

Fórmula. `F_zd / (m g) = b / L_novo`

De onde vem. b é a distância do CG ao eixo traseiro, 0,55 × 2,40 = 1,32 m no carro original. Com L novo e b fixo, a fração dianteira cai.

Resolução

1. **Fração.** F_zd / P = 1,32 / 2,60 = 0,5077, ou 50,8 % dianteira (ante 55 %).
2. **Normal.** F_zd = 0,5077 × 900 × 9,81 = 4 482 N, 374 N a menos que os 4 856 N originais.

Resposta. A dianteira cai para 50,8 % (F_zd = 4 482 N).

Interpretação. Vinte centímetros no meio do assoalho, típicos de uma versão ‘alongada’ da mesma plataforma, já tiram 4 pontos percentuais da dianteira. Os ocupantes de trás e o entre-eixos maior melhoram o espaço, mas a tração dianteira e a direção sentem o alívio.

Erro comum a evitar. Manter 55 % no comprimento novo, como se o CG tivesse andado junto com o eixo dianteiro, o que só seria verdade se o alongamento fosse atrás do CG e o eixo traseiro recuasse com ele — o contrário do enunciado.

7.21. Posição lateral do CG na balança (Desafio)

Enunciado. Na pesagem, o lado esquerdo marca 470 kg e o direito 430 kg, com bitola t = 1,42 m. A que distância do plano médio longitudinal fica o CG, e para que lado?

Conceito. O CG não vive só no plano longitudinal. Motor, motorista e tanque (ou o pacote de bateria) empurram o CG para um dos lados, e isso aparece na pesagem por lado e, depois, no rolamento.

Fórmula. `y = (t / 2) · (m_e − m_d) / (m_e + m_d)`

De onde vem. Tomando o plano médio como origem, o momento das duas reações se equilibra com o peso no CG: o deslocamento é metade da bitola vezes a diferença relativa das massas.

Resolução

1. **Diferença relativa.** (470 − 430) / 900 = 0,0444.
2. **Offset.** y = 0,71 × 0,0444 = 0,0316 m = 32 mm para a esquerda.

Resposta. O CG fica 32 mm à esquerda do plano médio.

Interpretação. Trinta e dois milímetros são pouco, típicos do motorista sentado à esquerda e do tanque ou da bateria um pouco desalinhados. Em rolamento, essa assimetria muda de sinal com o sentido da curva e aparece como um pequeno viés de uma das barras estabilizadoras.

Erro comum a evitar. Usar a bitola inteira no lugar de t/2, o que dobraria o offset para 63 mm.

7.22. Bateria no assoalho versus no porta-malas (Desafio)

Enunciado. Soma-se um pacote de 200 kg ao up! de 900 kg (55/45). Compare a nova repartição com o pacote no meio do entre-eixos (skateboard) e com o pacote no porta-malas, 0,30 m à frente do eixo traseiro.

Conceito. O mesmo quilograma de bateria, colocado no assoalho ou na boca do porta-malas, muda a assinatura do carro: o skateboard preserva a frente; o baú sobrecarrega o eixo traseiro e alivia a direção.

Fórmula. `b = (∑ m_i b_i) / m_total , F_zd / P = b / L`

De onde vem. b é a distância ao eixo traseiro. No carro original, b = 0,55 × 2,40 = 1,32 m. O pacote entra com o seu próprio b, e a média ponderada dá o novo CG.

Resolução

1. **Skateboard.** b_bat = 1,20 m. Momento: 900 × 1,32 + 200 × 1,20 = 1 428 kg·m. b = 1 428 / 1 100 = 1,298 m. Fração dianteira = 1,298 / 2,40 = 54,1 % (595 / 505 kg).
2. **Porta-malas.** b_bat = 0,30 m. Momento: 1 188 + 60 = 1 248 kg·m. b = 1,135 m. Fração dianteira = 47,3 % (520 / 580 kg).

Resposta. No assoalho: 54,1 % (595 / 505 kg). No porta-malas: 47,3 % (520 / 580 kg).

Interpretação. O skateboard quase não mexe na assinatura 55/45. O mesmo pacote no baú inverte a lógica de um hatch de tração dianteira: a direção alivia 75 kg e o eixo traseiro ganha 175 kg. É por isso que a conversão séria entra pelo assoalho, não pelo estepe.

Erro comum a evitar. Somar 200 kg meio a meio (100 kg em cada eixo) nos dois casos, apagando a posição do pacote, que é o coração do exercício.

7.23. WAD do pedestre no capô curto (Desafio)

Enunciado. O contato do para-choque está a 0,45 m do solo e o capô corre 0,85 m até o pé do pára-brisas, com 8° de inclinação (dados de exemplo). Qual é o WAD até o cowl, e ele alcança os 1,50 m típicos da cabeça de um adulto?

Conceito. O WAD (wrap-around distance) percorre a superfície externa desde o solo. Num city car o capô é curto: a cabeça do adulto muitas vezes chega ao cowl ou ao pára-brisas, e isso precisa entrar no desenho do capô e do vão livre sob ele.

Fórmula. `WAD = h_choque + L_capo / cos θ`

De onde vem. Do solo até a linha de contato do para-choque conta-se a altura. Dali até o cowl, conta-se o comprimento da superfície do capô, que é a projeção horizontal dividida pelo cosseno da inclinação.

Resolução

1. **Comprimento de superfície.** L_sup = 0,85 / cos 8° = 0,85 / 0,9903 = 0,858 m.
2. **WAD.** WAD = 0,45 + 0,858 = 1,308 m = 1 308 mm, 192 mm abaixo dos 1 500 mm da cabeça adulta.

Resposta. WAD = 1 308 mm, 192 mm abaixo dos 1 500 mm do adulto.

Interpretação. O capô do city car não chega a ‘embrulhar’ a cabeça do adulto. O impacto tende a ir para o cowl e para a base do pára-brisas, exatamente a região mais rígida. Por isso o vão sob o capô e o desenho do cowl pesam tanto neste segmento.

Erro comum a evitar. Somar 0,45 + 0,85 = 1,30 m e encerrar, esquecendo o 1 / cos θ, que neste ângulo muda pouco (8 mm), mas cresce depressa num capô mais inclinado.

7.24. Lastro no eixo traseiro para chegar a 50/50 (Desafio)

Enunciado. Quanto lastro, colocado sobre o eixo traseiro, leva o up! de 900 kg e 55/45 a uma repartição 50/50? Quais ficam as novas normais?

Conceito. Para aliviar a dianteira em pista, às vezes se coloca lastro atrás. O cálculo mostra que o eixo da frente não ganha peso: quem muda é só o de trás, até as parcelas se igualarem.

Fórmula. `m_l · (L / 2) = m · (b − L / 2)`

De onde vem. Com o lastro no eixo traseiro, b_l = 0. A nova distância do CG ao eixo traseiro deve ser L/2. Isolando m_l chega-se a m_l = m (2b / L − 1), ou, de forma equivalente, m_l = m × (f_d − 0,50) / 0,50.

Resolução

1. **Lastro.** m_l = 900 × (0,55 − 0,50) / 0,50 = 90 kg.
2. **Normais.** Massa nova = 990 kg. A dianteira permanece 495 kg (o lastro não a carrega) e a traseira vai a 495 kg. 50/50.

Resposta. São 90 kg de lastro; o carro fica com 990 kg e 495 kg em cada eixo.

Interpretação. Noventa quilogramas são um estepe, ferramentas e um pouco de lastro — ou um passageiro no banco de trás. O truque só funciona porque a dianteira não recebe nada desse peso: você não ‘equilibra’ o carro, você só carrega o eixo que estava mais leve.

Erro comum a evitar. Calcular 5 % de 900 kg = 45 kg, esquecendo que o lastro também entra no denominador da nova fração, o que dobra a massa necessária.

7.25. Grade de arrefecimento aberta e potência a 100 km/h (Desafio)

Enunciado. Abrir a grade de arrefecimento soma 0,020 a C_d (dado de exemplo), com $A = 2{,}10\ m^2$. Qual é o acréscimo de potência nas rodas a 100 km/h?

Conceito. A abertura da grade é uma decisão de arquitetura do capô: o motor (ou o pacote de eletrônica) precisa de ar, mas cada centésimo de C_d a 100 km/h se paga em consumo. As persianas ativas existem para fechar esse furo quando o arrefecimento sobra.

Fórmula. $\Delta P = \frac{1}{2} \rho \Delta C_d A v^3$

De onde vem. Como no exercício 7.18, a diferença de potência de arrasto, a v fixo, é proporcional a $\Delta C_d v^3$.

Resolução

1. **Velocidade.** $v = 100 / 3{,}6 = 27{,}78$ m/s.
2. **Acréscimo.** $\Delta P = 0{,}5 \times 1{,}225 \times 0{,}020 \times 2{,}10 \times (27{,}78)^3 = 552$ W.

Resposta. A grade aberta custa 552 W a 100 km/h.

Interpretação. Meio quilowatt é da ordem de 5 % da potência de cruise do up! no plano (exercício 7.18). Num elétrico, isso se lê direto em quilômetros de autonomia. Por isso a frente ‘fechada’ dos VE não é só estilo: é arquitetura do fluxo de ar.

Erro comum a evitar. Multiplicar ΔC_d pela potência total (rolamento + arrasto), inflando o custo, porque o rolamento não muda com a grade.

7.26. Bagageiro no teto e nova altura do CG (Desafio)

Enunciado. Um bagageiro de 40 kg é fixado a 1,55 m do solo no up! de 900 kg e $h = 0{,}50$ m. Qual é a nova altura do CG e o acréscimo?

Conceito. Carga no teto é o pior lugar para o CG e para o arrasto. Mesmo 40 kg, pouco perante os 900 kg do carro, levantam o CG o bastante para se sentir no rolamento.

Fórmula. $h_{novo} = \frac{m\,h + m_b\,h_b}{m + m_b}$

De onde vem. Média ponderada das alturas, a mesma lógica do exercício 7.3, agora com a massa extra acima do teto.

Resolução

1. **Momento.** $900 \times 0{,}50 + 40 \times 1{,}55 = 450 + 62 = 512$ kg·m.
2. **Nova altura.** $h = 512 / 940 = 0{,}545$ m, 45 mm acima do original.

Resposta. $h = 0{,}545$ m, 45 mm acima do original.

Interpretação. Quarenta e cinco milímetros em 40 kg no teto são o inverso do exercício 7.3: lá, 250 kg no assoalho baixavam o CG 83 mm. Carga alta é desproporcionalmente cara para a estabilidade, além de piorar C_d e área frontal.

Erro comum a evitar. Somar 40 kg às 900 e manter $h = 0{,}50$ m, como se a posição da carga não importasse.

7.27. Carga na bola do engate (Desafio)

Enunciado. O engate, no plano do para-choque traseiro (v_t = 0,52 m atrás do eixo), recebe 50 kg de carga vertical na bola. Quais são as novas massas por eixo do up! de 900 kg e 55/45?

Conceito. A carga na bola não pesa só o eixo traseiro: por estar atrás dele, ela alivia a dianteira (momento de alavanca) e carrega ainda mais a traseira. É o mesmo efeito, em miniatura, de uma carreta mal equilibrada.

Fórmula. `b = (m b_0 − m_e v_t) / (m + m_e)`

De onde vem. A bola está atrás do eixo traseiro, portanto o b da carga é −v_t. A média ponderada baixa b, e a fração dianteira (b / L) cai.

Resolução

1. **Momento em relação ao eixo traseiro.** 900 × 1,32 + 50 × (−0,52) = 1 188 − 26 = 1 162 kg·m.
2. **Novas massas.** b = 1 162 / 950 = 1,223 m. Dianteira = (1,223 / 2,40) × 950 = 484 kg. Traseira = 466 kg.

Resposta. A dianteira cai para 484 kg e a traseira vai a 466 kg.

Interpretação. Só 50 kg na bola tiram 11 kg da dianteira e põem 61 kg na traseira — mais do que o próprio peso da carga. A direção fica mais leve e o eixo traseiro, mais exigido. Por isso o manual limita a carga vertical do engate bem abaixo do que o reboque ‘parece’ pesar.

Erro comum a evitar. Somar 50 kg só no eixo traseiro (495 / 455 kg), esquecendo o momento atrás do eixo, que alivia a frente.

7.28. Folga do city car numa vaga de 4,50 m (Desafio)

Enunciado. O up! tem L_tot = 3,54 m. Numa vaga de 4,50 m, qual é a folga total e a folga em cada extremidade, se o carro for centralizado? Com um engate que avança 0,15 m, a folga traseira ainda é confortável?

Conceito. O comprimento total não é só número de catálogo: é o que cabe na vaga, na garagem e no elevador da oficina. Um acréscimo pequeno no balanço ou no engate come a folga que o motorista usa para manobrar.

Fórmula. `f = L_vaga − L_tot , f_cada = f / 2`

De onde vem. A folga total é o que sobra no comprimento da vaga. Centralizado, ela se reparte igualmente à frente e atrás.

Resolução

1. **Sem engate.** f = 4,50 − 3,54 = 0,96 m, ou 0,48 m em cada ponta.
2. **Com engate.** L = 3,69 m. f = 0,81 m. Se a frente permanece com 0,48 m, a traseira fica com 0,33 m.

Resposta. Sem engate, sobram 0,96 m (0,48 m em cada ponta). Com o engate, a folga traseira cai para 0,33 m se a frente for mantida.

Interpretação. Meio metro em cada ponta é folga folgada para um city car. O engate come 15 cm da traseira e deixa 33 cm — ainda passa, mas um carrinho de supermercado ou um desnível da vaga já apertam. Arquitetura de balanço e acessórios é também isso: caber no uso diário.

Erro comum a evitar. Subtrair o engate das duas pontas, como se ele existisse também na dianteira.

7.29. Zona deformável no balanço dianteiro (Desafio)

Enunciado. O balanço dianteiro é v_d = 0,62 m. Reserva-se 0,45 m para a zona deformável de impacto frontal. Quanto sobra para para-choque, fechaduras, radiador e ventiladores, e isso é folgado?

Conceito. O balanço dianteiro é o único espaço, à frente da linha de roda, para absorver um impacto e ainda acomodar o pacote de arrefecimento. Num city car esse espaço é curto, e cada centímetro disputa lugar com a segurança.

Fórmula. `L_pacote = v_d − L_deformavel`

De onde vem. O que não for zona deformável útil precisa caber no resto do balanço: pele do para-choque, travas, feixes, radiador e ventoinhas — em geral rígidos demais para contar como deformável.

Resolução

1. **Sobra.** L_pacote = 0,62 − 0,45 = 0,17 m = 170 mm.

Resposta. Sobram 170 mm para o pacote da frente.

Interpretação. Dezessete centímetros são apertados: um radiador, ventoinhas e a pele do para-choque cabem, mas sem folga para uma zona deformável maior. Alongar 10 cm o balanço (exercício 7.6) melhoraria o crash, à custa do ângulo de ataque e do comprimento total — de novo, arquitetura é escolha, não um ótimo único.

Erro comum a evitar. Reservar os 0,62 m inteiros como zona deformável, como se o radiador e o para-choque também se esmagassem de forma controlada.

7.30. Folha da conversão: massa, CG, baú e arrasto (Desafio)

Enunciado. Fecha-se a folha da conversão do up! com um pacote de 200 kg no meio do entre-eixos, 40 kg de eletrônica a 0,70 m de altura (o CG original está a 0,50 m) e C_d reduzido de 0,32 para 0,31 pela frente fechada. Qual é a massa final, a nova altura do CG, a repartição e a economia de potência a 100 km/h no plano?

Conceito. A arquitetura de uma conversão não é um número só: é a folha que junta massa, CG, eixos e arrasto. Este exercício fecha o bloco reunindo contas que você já fez em 7.3, 7.18 e 7.22.

Fórmula. `m_f = m + m_p + m_e , h = ∑ (m_i h_i) / m_f`

De onde vem. O pacote de 200 kg no skateboard entra a 0,18 m do solo (como em 7.3). A eletrônica de 40 kg entra a 0,70 m. A repartição usa o b do pacote no meio do entre-eixos, e o arrasto segue 7.18.

Resolução

1. **Massa.** m_f = 900 + 200 + 40 = 1 140 kg.
2. **Altura do CG.** Momento: 900 × 0,50 + 200 × 0,18 + 40 × 0,70 = 450 + 36 + 28 = 514 kg·m. h = 514 / 1 140 = 0,451 m (49 mm abaixo do original).
3. **Repartição.** Momento ao eixo traseiro: 900 × 1,32 + 200 × 1,20 + 40 × 1,32 = 1 188 + 240 + 52,8 = 1 480,8 kg·m. b = 1,299 m. Dianteira = 54,1 % (617 / 523 kg).
4. **Potência a 100 km/h.** v = 27,78 m/s. Com C_d = 0,32 e 1 140 kg, P = (0,012 × 1 140 × 9,81 + 0,5 × 1,225 × 0,32 × 2,10 × 27,78²) × 27,78 = 12,05 kW. Com C_d = 0,31, P = 11,78 kW. Economia de 276 W no arrasto (o rolamento não muda com C_d).

Resposta. Massa 1 140 kg, h = 0,451 m (−49 mm), 54,1 % dianteira (617 / 523 kg) e 276 W a menos a 100 km/h.

Interpretação. A folha fecha redonda: o skateboard segura a repartição, baixa o CG quase 5 cm e a frente fechada devolve 276 W em cruise — o mesmo ganho do exercício 7.18, agora sobre um carro 240 kg mais pesado. O preço é massa e, com ela, um pouco mais de rolamento. É este o tipo de quadro que a arquitetura do veículo entrega ao resto do módulo.

Erro comum a evitar. Esquecer a eletrônica no momento do CG ou aplicar a economia de C_d sobre a potência de rolamento, que não depende da grade.

Qualidade e Confiabilidade (24 h)

8.1. Confiabilidade exponencial e MTTF (Básico)

Enunciado. Um inversor de exemplo acumula 2 falhas em 10 000 horas de operação, em regime que se aproxima de taxa de falha constante. Estime λ, o MTTF e a confiabilidade em 2 000 h.

Conceito. No trecho útil da curva da banheira, a taxa de falha é aproximadamente constante e a vida se descreve por uma exponencial. λ, o MTTF e R(t) são três faces do mesmo modelo.

Fórmula. `R(t) = , MTTF = (1)/(λ)`

De onde vem. A taxa de falha se estima pela razão entre o número de falhas e o tempo total de operação. No modelo exponencial, o MTTF é o inverso de λ, e a confiabilidade decai como e elevado a −λ t.

Resolução

1. **Taxa de falha.** $\lambda = 2 / 10\,000 = 0{,}0002\ h^{-1} = 2{,}0 \times 10^{-4}\ h^{-1}$.
2. **MTTF.** MTTF = 1 / 0,0002 = 5 000 h.
3. **Confiabilidade.** $R(2\,000) = \exp(-0{,}0002 \times 2\,000) = \exp(-0{,}4) = 0{,}670$.

Resposta. $\lambda = 2{,}0 \times 10^{-4}\ h^{-1}$; MTTF = 5 000 h; R(2 000 h) = 0,670 (67,0 %).

Interpretação. Com taxa constante, um terço dos inversores já teria falhado em 2 000 h — 40 % do MTTF. O modelo é simples e serve de primeiro corte, mas só vale enquanto a taxa não crescer por desgaste nem cair por mortalidade infantil.

Erro comum a evitar. Calcular R = 1 − 2 000 / 5 000 = 0,60, como se a confiabilidade caísse em linha reta até o MTTF. Na exponencial, R(MTTF) = 1/e ≈ 0,37, não zero.

8.2. Sistema em série com redundância paralela (Básico)

Enunciado. Um conjunto tem três blocos em série, com confiabilidades 0,95, 0,98 e 0,90. Depois, o terceiro bloco é trocado por dois itens iguais a 0,90 em paralelo ativo (dados de exemplo). Compare as confiabilidades.

Conceito. Em série, o sistema só funciona se todos os blocos funcionam, e o pior item puxa o conjunto para baixo. Redundância paralela no elo mais fraco é, em geral, o primeiro lugar a intervir.

Fórmula. $R_s = R_1 R_2 R_3 , R_p = 1 - (1 - R)^2$

De onde vem. A confiabilidade de blocos independentes em série é o produto. Dois itens ativos em paralelo falham juntos só se os dois falham, daí $R_p = 1 - (1 - R)^2$.

Resolução

1. **Só série.** $R = 0{,}95 \times 0{,}98 \times 0{,}90 = 0{,}8379$.
2. **Paralelo no terceiro bloco.** $R_p = 1 - (0{,}10)^2 = 0{,}99$.
3. **Novo sistema.** $R = 0{,}95 \times 0{,}98 \times 0{,}99 = 0{,}9217$.

Resposta. Série pura: R = 0,838. Com redundância no terceiro bloco: R = 0,922.

Interpretação. O terceiro bloco, com 0,90, era o elo fraco e puxava o sistema para 0,838. Duplicá-lo levanta esse elo a 0,99 e o conjunto a 0,922 — um ganho de 8 pontos percentuais no lugar certo, não em um item que já estava em 0,98.

Erro comum a evitar. Somar as confiabilidades ou fazer a média (0,943), o que não representa nem série nem paralelo.

8.3. Índice de capacidade Cpk (Básico)

Enunciado. Um diâmetro tem LIE = 9,50 mm, LSE = 10,50 mm, média 10,05 mm e desvio-padrão 0,12 mm (dados de exemplo). Calcule Cp e Cpk.

Conceito. C_p mede só se a dispersão cabe na tolerância. C_{pk} também cobra o centramento: um processo estreito, mas encostado num dos limites, não é capaz de verdade.

Fórmula. $C_p = (LSE - LIE)/(6s) , C_{pk} = \min ((LSE - \mu)/(3s) ; (\mu - LIE)/(3s))$

De onde vem. A tolerância total é LSE − LIE. Seis desvios-padrão são a largura ‘natural’ do processo (±3 s). C_{pk} usa o lado mais curto, da média até o limite mais próximo, dividido por 3 s.

Resolução

1. **Cp (só a dispersão).** $C_p = (10{,}50 - 9{,}50) / (6 \times 0{,}12) = 1 / 0{,}72 = 1{,}389$.
2. **Lados superior e inferior.** CPU = (10,50 − 10,05) / 0,36 = 1,250. CPL = (10,05 − 9,50) / 0,36 = 1,528.
3. **Cpk.** O menor dos dois é 1,250. O processo está um pouco deslocado para cima.

Resposta. $C_p = 1{,}39$; $C_{pk} = 1{,}25$. A largura é aceitável, mas o centramento ainda pode melhorar.

Interpretação. $C_p = 1{,}39$ passaria de um alvo clássico de 1,33. $C_{pk} = 1{,}25$ já não passa, porque a média subiu 0,05 mm. Recentrar o processo, sem apertar a dispersão, bastaria para igualar os dois índices.

Erro comum a evitar. Reportar só $C_p = 1{,}39$ e dar o processo como capaz, ignorando o deslocamento que o C_{pk} denuncia.

8.4. Disponibilidade com MTTF e MTTR (Básico)

Enunciado. O inversor do exercício 8.1 tem MTTF = 5 000 h e o tempo médio de reparo é MTTR = 10 h (dado de exemplo). Qual é a disponibilidade intrínseca?

Conceito. Confiabilidade fala de não falhar. Disponibilidade fala de estar operando quando se precisa, e por isso mistura o tempo até a falha com o tempo para voltar a operar.

Fórmula. `A = MTTF / (MTTF + MTTR)`

De onde vem. No regime permanente, a fração do tempo em que o item opera é o MTTF dividido pelo ciclo falha-mais-reparo.

Resolução

1. **Substituir.** A = 5 000 / (5 000 + 10) = 5 000 / 5 010 = 0,9980, ou 99,80 %.

Resposta. A = 0,9980 (99,80 %).

Interpretação. Dez horas de oficina em 5 000 h de operação parecem poucas, e a disponibilidade fica alta. Se o MTTR subir para 50 h — troca com peça em falta —, A cai para 99,0 %. Em frota, o MTTR costuma ser tão crítico quanto o MTTF.

Erro comum a evitar. Calcular 1 − 10 / 5 000 = 0,998 e acertar o número por coincidência, mas chamando isso de confiabilidade, que não envolve o reparo.

8.5. Falhas esperadas em uma frota (Básico)

Enunciado. Uma frota de 100 veículos usa o inversor do exercício 8.1 ($\lambda = 2{,}0 \times 10^{-4}\ h^{-1}$). Cada um acumula 4 000 h. Quantas falhas se esperam no período?

Conceito. Com taxa constante, o número esperado de falhas é λ vezes o tempo total de exposição da frota. É o primeiro número que a assistência técnica usa para dimensionar estoque e oficina.

Fórmula. `E[N] = n · λ · t`

De onde vem. Cada veículo contribui com λ t falhas esperadas. Os n veículos independentes somam n λ t. No modelo exponencial isso vale também como média de um processo de Poisson.

Resolução

1. **Tempo total.** n t = 100 × 4 000 = 400 000 h.
2. **Esperança.** E[N] = 400 000 × 0,0002 = 80 falhas.

Resposta. Esperam-se 80 falhas na frota.

Interpretação. Oitenta trocas em 100 carros, ao longo de 4 000 h, é um volume relevante de pós-venda. Reduzir λ à metade (melhor componente ou melhor arrefecimento) cortaria a expectativa para 40 — o mesmo efeito de reduzir a frota à metade, com outra alavanca.

Erro comum a evitar. Calcular λ t = 0,8 e reportar ‘0,8 falhas’, esquecendo de multiplicar pelos 100 veículos.

8.6. Probabilidade de falha até 2 000 h (Básico)

Enunciado. Com o inversor do exercício 8.1, qual é a probabilidade de falha até 2 000 h? Em uma remessa de 500 unidades, quantas falhas se esperam até esse tempo?

Conceito. A função de distribuição F(t) = 1 − R(t) é a probabilidade de o item já ter falhado em t. Em uma remessa, a esperança de falhas é n F(t), desde que não haja reposição no cálculo.

Fórmula. `F(t) = 1 − R(t) = 1 −`

De onde vem. R(t) já foi calculado no exercício 8.1. A probabilidade de falha é o complementar, e a esperança em n itens independentes é n vezes F(t).

Resolução

1. **Probabilidade.** F(2 000) = 1 − 0,670 = 0,330.
2. **Remessa.** E[N] = 500 × 0,330 = 165 falhas.

Resposta. F(2 000 h) = 0,330; esperam-se 165 falhas em 500 unidades.

Interpretação. Um terço da remessa falhar até 2 000 h é o outro lado do R = 0,670 do exercício 8.1. Se a garantia cobrir esse período, 165 atendimentos já entram no custo da garantia — o tema do exercício 8.22.

Erro comum a evitar. Usar n λ t = 500 × 0,0002 × 2 000 = 200, que seria a esperança com reposição imediata, não o número de primeiros itens que falham (n F(t) = 165).

8.7. Cadeia em série de itens iguais (Básico)

Enunciado. Oito módulos independentes, cada um com R = 0,99 no período de interesse, operam em série (dado de exemplo). Qual é a confiabilidade do conjunto?

Conceito. Itens bons em série ainda assim se multiplicam para baixo. É o efeito da complexidade: quanto mais elos, mais o sistema se aproxima do pior caso.

Fórmula. `R_s = R^n`

De onde vem. Com n blocos independentes e iguais em série, a confiabilidade é a de um deles elevada a n.

Resolução

1. **Calcular.** $R_s = 0{,}99^8 = 0{,}9227$.

Resposta. R_s = 0,923.

Interpretação. Oito itens ‘quase perfeitos’ (99 %) entregam 92,3 % — o mesmo patamar do sistema já melhorado no exercício 8.2. A complexidade come confiabilidade, a menos que cada item seja ainda melhor, ou que algum elo ganhe redundância.

Erro comum a evitar. Fazer 1 − 8 × 0,01 = 0,92, a aproximação linear, que neste caso até chega perto, mas falha quando n R não é pequeno (com R = 0,90 e n = 8 daria zero, enquanto $0{,}90^8 = 0{,}430$).

8.8. Dois e três itens em paralelo ativo (Básico)

Enunciado. Um item tem R = 0,90. Qual é a confiabilidade de dois desses itens em paralelo ativo? E de três?

Conceito. No paralelo ativo, o conjunto só falha se todos falharem. É o espelho da série: cada item extra puxa a confiabilidade para cima, com retornos decrescentes.

Fórmula. `R_p = 1 − (1 − R)^n`

De onde vem. A probabilidade de todos falharem é (1 − R)^n, se forem independentes. O complementar é a confiabilidade do paralelo.

Resolução

1. **Dois itens.** $R_2 = 1 - 0{,}10^2 = 0{,}99$.
2. **Três itens.** $R_3 = 1 - 0{,}10^3 = 0{,}999$.

Resposta. Com dois itens, R = 0,99. Com três, R = 0,999.

Interpretação. O segundo item sobe 0,90 para 0,99; o terceiro só acrescenta 0,009. A primeira redundância no elo fraco, como no exercício 8.2, é a que mais paga. A terceira unidade quase sempre se justifica por segurança, não por confiabilidade média.

Erro comum a evitar. Multiplicar 0,90 × 0,90 = 0,81, que seria a série dos dois itens, o pior caso, não o paralelo.

8.9. Limites naturais de um gráfico de controle (Básico)

Enunciado. O diâmetro do exercício 8.3 tem média 10,05 mm e desvio-padrão 0,12 mm. Quais são os limites naturais a ±3 s? Eles cabem entre o LIE = 9,50 mm e o LSE = 10,50 mm?

Conceito. Os limites naturais (±3 s em torno da média) descrevem onde o processo vive hoje. Os limites de especificação descrevem o que o projeto aceita. Caber um no outro é exatamente o que C_p e C_pk medem.

Fórmula. `LSC = μ + 3s , LIC = μ − 3s`

De onde vem. Sob normalidade, cerca de 99,7 % das peças caem em μ ± 3 s. Esses são os limites naturais do processo, não os da especificação.

Resolução

1. **Limites naturais.** LSC = 10,05 + 0,36 = 10,41 mm. LIC = 10,05 − 0,36 = 9,69 mm.
2. **Comparar com a tolerância.** 9,69 > 9,50 e 10,41 < 10,50: os limites naturais cabem na tolerância, com folga menor do lado de cima (0,09 mm contra 0,19 mm).

Resposta. LIC = 9,69 mm e LSC = 10,41 mm; cabem na tolerância, com menos folga do lado superior.

Interpretação. É o retrato gráfico do C_pk = 1,25: o processo ‘cabe’, mas está deslocado para cima. Recentrar a média em 10,00 mm abriria 0,14 mm dos dois lados e devolveria a simetria do C_p.

Erro comum a evitar. Usar ±3 s em torno do nominal 10,00 mm (9,64 a 10,36), misturando o alvo com a média real do processo.

8.10. Fração defeituosa e ppm (Básico)

Enunciado. Em 2 000 peças, 3 foram consideradas não conformes (dado de exemplo). Qual é a fração defeituosa e o equivalente em ppm?

Conceito. A fração defeituosa é a métrica mais direta da qualidade na linha. O ppm (partes por milhão) só muda a escala, para comparar processos já muito capazes, típicos da indústria automotiva.

Fórmula. `p = d / n , ppm = p · 10^6`

De onde vem. p é o número de não conformes dividido pelo tamanho da amostra. Multiplicar por um milhão converte para ppm.

Resolução

1. **Fração.** p = 3 / 2 000 = 0,0015.
2. **ppm.** ppm = 0,0015 × 1 000 000 = 1 500 ppm.

Resposta. p = 0,0015, ou 1 500 ppm.

Interpretação. Mil e quinhentas ppm é alto para um processo automotivo maduro (alvos de dezenas ou poucas centenas de ppm são comuns). O C_{pk} = 1,25 do exercício 8.3 já previa que o processo ainda não está no patamar de ‘quase zero defeito’.

Erro comum a evitar. Reportar 3 / 2 000 = 0,15 % e multiplicar errado por 10 000, chegando a 15 000 ppm (um zero a mais).

8.11. Vida B10 no modelo exponencial (Intermediário)

Enunciado. Com $\lambda = 2{,}0 \times 10^{-4}\ h^{-1}$, em que instante a confiabilidade cai a 0,90? Esse tempo é a vida B10, a vida em que 10 % dos itens já falharam.

Conceito. A vida B10 é um marco de garantia e de frota: um décimo dos itens fora de operação. No modelo exponencial ela é uma fração fixa do MTTF, bem menor do que muita gente espera.

Fórmula. $t_{B10} = -\ln(0{,}90) / \lambda$

De onde vem. De $R(t) = \exp(-\lambda t) = 0{,}90$ vem $\lambda t = -\ln(0{,}90)$. O sinal negativo aparece porque o logaritmo de um número menor que 1 é negativo.

Resolução

1. **Logaritmo.** $-\ln(0{,}90) = 0{,}10536$.
2. **Tempo.** $t_{B10} = 0{,}10536 / 0{,}0002 = 526{,}8$ h, cerca de 10,5 % do MTTF de 5 000 h.

Resposta. t_{B10} = 527 h.

Interpretação. Quinhentas e vinte e sete horas são pouco mais de um décimo do MTTF. Quem promete garantia ‘perto da vida média’ no modelo exponencial está, na prática, aceitando bem mais do que 10 % de falhas no campo.

Erro comum a evitar. Tomar 10 % de 5 000 h = 500 h, a aproximação linear, que neste caso até chega perto (527 h), mas já erraria feio numa vida B50: 50 % de 5 000 é 2 500 h, enquanto a mediana exponencial é 0,693 × 5 000 = 3 466 h.

8.12. Confiabilidade de uma missão de 500 h (Intermediário)

Enunciado. O inversor do exercício 8.1 ($\lambda = 2{,}0 \times 10^{-4}\ h^{-1}$) precisa cumprir uma missão de 500 h sem falha. Qual é a confiabilidade da missão?

Conceito. A confiabilidade de missão é R no horizonte que interessa — um ciclo de trabalho, uma viagem, um contrato — e não necessariamente no MTTF. É o número que entra no acordo com o cliente.

Fórmula. `R(t_m) =`

De onde vem. É o mesmo modelo do exercício 8.1, agora com t = 500 h, ou $\lambda\, t = 0{,}10$.

Resolução

1. **Expoente.** $\lambda\, t = 0{,}0002 \times 500 = 0{,}10$.
2. **Confiabilidade.** $R = \exp(-0{,}10) = 0{,}9048$.

Resposta. R(500 h) = 0,905.

Interpretação. Uma missão de 500 h, um décimo do MTTF, ainda deixa quase 10 % de chance de falha. Se o contrato pedir 99 % nesse horizonte, λ precisaria cair para $-\ln(0{,}99)/500 = 2{,}0 \times 10^{-5}\ h^{-1}$ — dez vezes menor.

Erro comum a evitar. Fazer R = 1 − 500 / 5 000 = 0,90, de novo a reta até o MTTF, que neste ponto até se aproxima (0,905), mas não é o modelo.

8.13. Redundância 2 de 3 (Intermediário)

Enunciado. Três sensores iguais, cada um com R = 0,90, votam em lógica 2 de 3: o sistema opera se pelo menos dois funcionam (dado de exemplo). Qual é a confiabilidade do conjunto?

Conceito. A lógica k de n é o meio-termo entre a série (que exige todos) e o paralelo (que se contenta com um). Em segurança veicular, 2 de 3 é comum em sensores e controladores.

Fórmula. `R = 3 R² (1 − R) + R³`

De onde vem. Há C(3,2) = 3 estados com exatamente dois itens bons, cada um com probabilidade $R^2\,(1 - R)$, e um estado com os três bons, com probabilidade R^3. Somando, chega-se à fórmula.

Resolução

1. **Exatamente dois bons.** $3 \times 0{,}90^2 \times 0{,}10 = 3 \times 0{,}081 = 0{,}243$.
2. **Três bons.** $0{,}90^3 = 0{,}729$.
3. **Total.** R = 0,243 + 0,729 = 0,972.

Resposta. R = 0,972.

Interpretação. A série dos três daria só 0,729, e o paralelo puro 0,999. O 2 de 3 entrega 0,972 — perto do paralelo, mas exigindo concordância de dois sensores, o que protege também contra um item que ‘mente’ e não só contra o que cala.

Erro comum a evitar. Usar o paralelo puro $1 - 0{,}10^3 = 0{,}999$, que aceitaria um único sensor bom, o contrário da votação 2 de 3.

8.14. MTTF de um sistema em série (Intermediário)

Enunciado. Três blocos exponenciais independentes têm $\lambda_1 = 1{,}0 \times 10^{-4}$, $\lambda_2 = 0{,}50 \times 10^{-4}$ e $\lambda_3 = 2{,}0 \times 10^{-4}$ h^{-1}. Qual é o MTTF do sistema em série e a confiabilidade em 2 000 h?

Conceito. Em série, as taxas de falha constantes se somam. O MTTF do conjunto é o inverso da soma, e é menor do que o pior dos MTTFs individuais.

Fórmula. `λ_s = λ_1 + λ_2 + λ_3 , MTTF_s = 1 / λ_s`

De onde vem. A confiabilidade em série é o produto das exponenciais, que vira uma única exponencial com taxa igual à soma das taxas. O MTTF segue como o inverso.

Resolução

1. **Taxa do sistema.** $\lambda_s = (1{,}0 + 0{,}50 + 2{,}0) \times 10^{-4} = 3{,}5 \times 10^{-4}$ h^{-1}.
2. **MTTF.** MTTF_s = 1 / 0,00035 = 2 857 h.
3. **Confiabilidade.** $R(2\,000) = \exp(-0{,}00035 \times 2\,000) = \exp(-0{,}70) = 0{,}497$.

Resposta. MTTF_s = 2 857 h; R(2 000 h) = 0,497.

Interpretação. O inversor (λ_3) já tinha MTTF de 5 000 h; junto com os outros dois, o conjunto cai para 2 857 h e a confiabilidade em 2 000 h fica perto de 50 %. Em série, os ‘bons’ não salvam o sistema do elo mais acelerado — eles ainda somam taxa.

Erro comum a evitar. Fazer a média dos MTTFs $(1/\lambda_1 + 1/\lambda_2 + 1/\lambda_3) / 3 = (10\,000 + 20\,000 + 5\,000)/3 = 11\,667$ h, o que inflaria a vida no lugar de encurtâ-la.

8.15. Recentrar o processo e o novo Cpk (Intermediário)

Enunciado. O processo do exercício 8.3 é recentrado na média do intervalo, 10,00 mm, sem mudar s = 0,12 mm. Qual é o novo Cpk, e ele se iguala ao C_p?

Conceito. Quando a média vai para o meio da tolerância, os dois lados do C_pk ficam iguais e o índice coincide com o C_p. Recentrar é, muitas vezes, o ganho mais barato de capacidade.

Fórmula. `C_pk = (LSE − LIE) / (6s) = C_p (processo centrado)`

De onde vem. Com μ no ponto médio, LSE − μ = μ − LIE = (LSE − LIE)/2, e C_pk = C_p.

Resolução

1. **C_p, que não muda.** C_p permanece 1,389, porque s e a tolerância não mudaram.
2. **Novo Cpk.** CPU = CPL = 0,50 / 0,36 = 1,389. Logo C_pk = 1,39 = C_p.

Resposta. C_pk sobe de 1,25 para 1,39 e se iguala ao C_p.

Interpretação. Só 0,05 mm de ajuste na média devolvem 0,14 de C_pk e fazem o processo cumprir o alvo clássico de 1,33 — sem apertar ferramenta nem trocar máquina. O centramento é o primeiro retrabalho que a engenharia de processo deve olhar.

Erro comum a evitar. Recalcular C_p como se a média entrasse na fórmula, o que faria o C_p ‘mudar’ junto, coisa que ele não faz.

8.16. Deslocamento máximo para Cpk ≥ 1,33 (Intermediário)

Enunciado. Com LIE = 9,50 mm, LSE = 10,50 mm e s = 0,12 mm, qual é o maior deslocamento da média em relação ao centro que ainda garante $C_{pk} \geq 1{,}33$?

Conceito. A engenharia precisa saber quanto a média pode caminhar (desgaste de ferramenta, troca de lote) antes de o C_{pk} furar o alvo. Esse deslocamento máximo é folga de processo, não de projeto.

Fórmula. $|\mu - m| \leq (LSE - LIE)/2 - 1{,}33 \cdot 3s$

De onde vem. O lado curto precisa ter pelo menos 1,33 × 3s. O que sobra da meia tolerância é o deslocamento permitido em torno do ponto médio m.

Resolução

1. **Meia tolerância e 1,33 × 3s.** (LSE − LIE)/2 = 0,50 mm. 1,33 × 0,36 = 0,4788 mm.
2. **Folga.** |μ − 10,00| ≤ 0,50 − 0,4788 = 0,0212 mm, ou 21 μm.

Resposta. A média pode afastar-se no máximo 0,021 mm (21 μm) do centro.

Interpretação. Vinte e um micrômetros são pouca folga: o processo do exercício 8.3, com 50 μm de deslocamento, já fura o alvo. Ou se recentra com frequência, ou se reduz s para abrir margem — o $C_p = 1{,}39$ não é folga de verdade.

Erro comum a evitar. Exigir só que μ ± 3s caiba na tolerância ($C_{pk} \geq 1{,}00$), o que permitiria 0,14 mm de deslocamento e não atende o 1,33 pedido.

8.17. Duas cadeias em paralelo (Intermediário)

Enunciado. Duas cadeias idênticas, cada uma com blocos 0,95 e 0,90 em série, operam em paralelo ativo (dados de exemplo). Qual é a confiabilidade do conjunto?

Conceito. É a arquitetura clássica de dois canais: cada canal é uma série (todos os seus blocos precisam funcionar), e o sistema sobrevive se pelo menos um canal sobrevive.

Fórmula. $R_{canal} = R_a R_b$, $R = 1 - (1 - R_{canal})^2$

De onde vem. Primeiro reduz-se cada cadeia a um único bloco em série. Depois aplica-se o paralelo de dois blocos independentes e iguais.

Resolução

1. **Um canal.** R_{canal} = 0,95 × 0,90 = 0,855.
2. **Dois canais.** $R = 1 - (1 - 0{,}855)^2 = 1 - 0{,}145^2 = 1 - 0{,}0210 = 0{,}979$.

Resposta. R = 0,979.

Interpretação. Um canal sozinho entregaria só 0,855. O segundo canal recupera o conjunto para 0,979, melhor do que a série simples do exercício 8.2 (0,838) e próximo da redundância só no elo fraco (0,922), com outra filosofia: aqui o canal inteiro é duplicado.

Erro comum a evitar. Paralelizar cada bloco à parte (0,95//0,95 e 0,90//0,90 em série), o que daria 0,997 × 0,990 = 0,987, uma arquitetura diferente e um pouco mais confiável, que o enunciado não descreve.

8.18. Custo da sucata em ppm (Intermediário)

Enunciado. A linha do exercício 8.10 opera a 1 500 ppm de não conformes, com sucata de R$ 250 por peça. Em um lote de 10 000 peças, qual é o custo esperado da sucata?

Conceito. Qualidade se converte em dinheiro quando a fração defeituosa encontra o custo unitário de sucata ou de retrabalho. É o elo entre o C_pk e o balanço da fábrica.

Fórmula. `C = n · (ppm / 10^6) · c_u`

De onde vem. O número esperado de não conformes é n vezes a fração p = ppm / 10^6. Multiplicar pelo custo unitário dá o custo esperado.

Resolução

1. **Não conformes esperados.** 10 000 × 1 500 / 1 000 000 = 15 peças.
2. **Custo.** C = 15 × 250 = R$ 3 750.

Resposta. O custo esperado da sucata é R$ 3 750.

Interpretação. Em um único lote, R$ 3 750 podem parecer modestos. Em 50 lotes no ano, são R$ 187 500 — o tipo de número que justifica recentrar o processo do exercício 8.15 ou reduzir o desvio-padrão, muito antes de trocar a máquina.

Erro comum a evitar. Multiplicar 10 000 × 1 500 × 250, esquecendo de dividir por um milhão, o que inflaria o custo para R$ 3,75 bilhões.

8.19. Nova estimativa de λ com mais dados de campo (Intermediário)

Enunciado. Depois de mais operação, o inversor acumula 4 falhas em 25 000 horas. Qual é a nova estimativa de λ e de MTTF, e como fica R(2 000 h)?

Conceito. A taxa de falha se atualiza com o tempo de campo. Mais horas e mais falhas refinam λ; o modelo continua o mesmo, mas o número que entra nele muda.

Fórmula. $\hat{\lambda} = r / T$, $\widehat{MTTF} = T / r$

De onde vem. Com r falhas observadas em T horas de exposição, o estimador de máxima verossimilhança da exponencial é r / T.

Resolução

1. **Taxa.** $\hat{\lambda}$ = 4 / 25 000 = 1,6 × 10^{-4} h^{-1}.
2. **MTTF.** $\widehat{MTTF}$ = 25 000 / 4 = 6 250 h.
3. **Confiabilidade.** R(2 000) = exp(−0,00016 × 2 000) = exp(−0,32) = 0,726.

Resposta. $\hat{\lambda}$ = 1,6 × 10^{-4} h^{-1}; $\widehat{MTTF}$ = 6 250 h; R(2 000 h) = 0,726.

Interpretação. Com mais campo, a taxa caiu de 2,0 para 1,6 × 10^{-4} h^{-1} e a confiabilidade em 2 000 h subiu de 0,670 para 0,726. O primeiro número do exercício 8.1 era um corte; este já é uma atualização de frota — ainda com só quatro falhas, portanto com incerteza.

Erro comum a evitar. Misturar os dados velhos e novos de qualquer jeito (somar 2 + 4 falhas e 10 000 + 25 000 h sem conferir se as 10 000 já estão dentro das 25 000, o que as contaria duas vezes).

8.20. Tempo esperado até a primeira falha da frota (Intermediário)

Enunciado. Cinqüenta inversores independentes, cada um com MTTF = 5 000 h, entram em operação juntos. Qual é o tempo esperado até a primeira falha da frota?

Conceito. O tempo até a primeira falha de n itens exponenciais é também exponencial, com taxa nλ. A frota ‘envelhece’ n vezes mais depressa na estatística do primeiro evento, ainda que cada item seja o mesmo.

Fórmula. `E[T_1] = MTTF / n = 1 / (n λ)`

De onde vem. O mínimo de n exponenciais independentes de taxa λ é exponencial de taxa nλ. O valor esperado é o inverso dessa taxa, ou o MTTF individual dividido por n.

Resolução

1. **Calcular.** E[T_1] = 5 000 / 50 = 100 h.

Resposta. E[T_1] = 100 h.

Interpretação. A primeira visita da assistência, em média, acontece em 100 h — não em 5 000 h. Isso não quer dizer que cada inversor seja ruim; quer dizer que, com 50 em campo, o acaso encontra um deles cedo. É o número que a oficina precisa ouvir, não o MTTF isolado.

Erro comum a evitar. Responder 5 000 h, como se a primeira falha da frota tivesse a mesma espera de um único item.

8.21. Redundância ativa versus standby a frio (Desafio)

Enunciado. Dois inversores iguais aos do exercício 8.1 devem cobrir t = 2 000 h (λ t = 0,40, R = 0,670). Compare a confiabilidade de um paralelo ativo com a de um standby a frio (chaveamento perfeito, o reserva não envelhece até entrar).

Conceito. No paralelo ativo os dois envelhecem juntos. No standby a frio o reserva só começa a acumular risco quando o principal falha, e por isso rende mais — se o chaveamento for confiável.

Fórmula. `R_ativo = 1 − (1 − R)² , R_frio = (1 + λ t)`

De onde vem. O ativo é o paralelo já visto no exercício 8.8. O standby a frio, com comutação perfeita, tem R = exp(−λ t) (1 + λ t), a probabilidade de zero ou uma falha num Poisson de média λ t.

Resolução

1. **Ativo.** R_ativo = 1 − (1 − 0,670)² = 1 − 0,330² = 1 − 0,1089 = 0,891.
2. **Standby a frio.** R_frio = 0,670 × (1 + 0,40) = 0,670 × 1,40 = 0,938.

Resposta. R_ativo = 0,891; R_frio = 0,938.

Interpretação. O reserva a frio ganha 4,7 pontos percentuais sobre o ativo, porque não gasta vida enquanto espera. Na prática a chave e a lógica de comutação também falham, e essa vantagem encolhe; ainda assim, em itens caros (o inversor), o standby costuma ser a arquitetura preferida.

Erro comum a evitar. Usar R_frio = 1 − (1 − 0,670)², tratando o standby como se os dois envelhecessem ao mesmo tempo.

8.22. Custo esperado da garantia (Desafio)

Enunciado. Dez mil inversores saem com garantia de 2 000 h. Com $\lambda = 2{,}0 \times 10^{-4}\ h^{-1}$, cada atendimento custa R$ 800 (dados de exemplo). Qual é o custo esperado da garantia? Se λ cair à metade, quanto se economiza?

Conceito. A garantia é F(t) vezes o volume vezes o custo do atendimento. Reduzir λ não muda só a confiabilidade no papel: muda a provisão financeira da assistência.

Fórmula. `C = n · F(t) · c_u , F(t) = 1 −`

De onde vem. F(t) é a fração que se espera falhar dentro da garantia, já calculada no exercício 8.6. Não se usa $n\lambda t$ aqui, porque o item que falha não volta a falhar dentro da mesma garantia neste modelo simples (sem reposição na conta).

Resolução

1. **Frações.** $F = 1 - \exp(-0{,}40) = 0{,}330$. Com $\lambda/2$: $F = 1 - \exp(-0{,}20) = 0{,}181$.
2. **Custos.** $C = 10\,000 \times 0{,}330 \times 800 =$ R$ 2 640 000. Com $\lambda/2$: $10\,000 \times 0{,}181 \times 800 =$ R$ 1 450 000. Economia de R$ 1 190 000.

Resposta. Custo esperado R$ 2,64 milhões; com λ à metade, R$ 1,45 milhão (economia de R$ 1,19 milhão).

Interpretação. Mais de dois milhões e meio só de garantia, em um único lote, explicam por que o inversor do exercício 8.1 não pode ficar em 0,670 a 2 000 h. Cortar λ à metade não corta o custo à metade (F não é linear), mas ainda assim libera quase 1,2 milhão — folga de sobra para um projeto mais robusto.

Erro comum a evitar. Usar $n\lambda t = 10\,000 \times 0{,}4 = 4\,000$ atendimentos (R$ 3,2 milhões), a conta com reposição, que neste enunciado superestima o custo.

8.23. RPN de um FMEA antes e depois da ação (Desafio)

Enunciado. Um modo de falha do inversor tem severidade S = 8, ocorrência O = 6 e detecção D = 5. Uma ação reduz O para 3 e D para 2, sem mudar S (dados de exemplo). Calcule o RPN antes e depois, e a redução percentual.

Conceito. O RPN (risk priority number) é o produto S × O × D no FMEA. Ele não é uma probabilidade, mas ordena modos de falha e mostra se a ação de melhoria mexeu no risco de verdade.

Fórmula. `RPN = S · O · D`

De onde vem. S, O e D são notas, em geral de 1 a 10, atribuídas no FMEA. O produto é adimensional e só serve para comparar modos e cenários do mesmo estudo.

Resolução

1. **Antes.** RPN_0 = 8 × 6 × 5 = 240.
2. **Depois.** RPN_1 = 8 × 3 × 2 = 48.
3. **Redução.** (240 − 48) / 240 = 0,80, ou 80 %.

Resposta. RPN cai de 240 para 48, uma redução de 80 %.

Interpretação. A severidade não mudou — o modo, se ocorrer, continua grave. O que a ação fez foi torná-lo mais raro e mais fácil de detectar. Em segurança, isso é típico: S só cai com mudança de projeto que atenue o efeito, não com inspeção.

Erro comum a evitar. Somar S + O + D (19 antes, 13 depois) ou fazer a média das notas, índices que o FMEA clássico não usa.

8.24. Confiabilidade Weibull com desgaste (Desafio)

Enunciado. Um rolamento se modela por Weibull com β = 2,0 e η = 4 000 h (dados de exemplo). Qual é R(2 000 h) e o MTTF? Compare com uma exponencial de mesmo η.

Conceito. Quando há desgaste, a taxa de falha cresce e a exponencial (β = 1) deixa de servir. A Weibull com β > 1 concentra as falhas mais tarde, e a confiabilidade no começo da vida fica melhor do que a exponencial de mesma escala.

Fórmula. `R(t) = , MTTF = η Γ(1 + 1/β)`

De onde vem. R(t) = exp[−(t/η)^β] é a confiabilidade Weibull padrão. O MTTF é η vezes a função gama em 1 + 1/β. Para β = 2, Γ(1,5) = √π / 2 ≈ 0,8862.

Resolução

1. **Confiabilidade Weibull.** R(2 000) = exp(−(2 000/4 000)²) = exp(−0,25) = 0,779.
2. **MTTF Weibull.** MTTF = 4 000 × 0,8862 = 3 545 h.
3. **Exponencial de mesmo η.** Com β = 1, R(2 000) = exp(−0,50) = 0,607 e MTTF = 4 000 h. A Weibull de desgaste tem MTTF um pouco menor, mas confiabilidade bem maior no início.

Resposta. R(2 000 h) = 0,779 e MTTF = 3 545 h. A exponencial de mesmo η teria R = 0,607 e MTTF = 4 000 h.

Interpretação. Com desgaste, pouca gente falha no começo (0,779 em 2 000 h) e o lote se concentra perto da vida característica. Por isso um bom período inicial não autoriza a usar exponencial: o risco ainda vai subir, e o MTTF (3 545 h) é menor do que η.

Erro comum a evitar. Calcular R = exp(−2 000/4 000) = 0,607, apagando o expoente β, ou tomar o MTTF igual a η também quando β ≠ 1.

8.25. Desvio-padrão para C_p = 1,67 (Desafio)

Enunciado. A tolerância do exercício 8.3 é 1,00 mm e hoje s = 0,12 mm (C_p = 1,39). Qual deveria ser o desvio-padrão para atingir C_p = 1,67, e qual é a redução percentual?

Conceito. C_p = 1,67 é um alvo automotivo clássico (cerca de 5 s até o limite, processo centrado). Chegar lá não se resolve recentrando: é preciso apertar a dispersão.

Fórmula. `s_máx = (LSE − LIE) / (6 C_p)`

De onde vem. Isolando s na definição de C_p = (LSE − LIE) / (6 s) obtém-se o maior desvio-padrão que ainda entrega o alvo.

Resolução

1. **Novo s.** s_máx = 1,00 / (6 × 1,67) = 1,00 / 10,02 = 0,0998 mm.
2. **Redução.** (0,12 − 0,0998) / 0,12 = 0,168, ou 16,8 %.

Resposta. s precisa cair para 0,100 mm, uma redução de 16,8 %.

Interpretação. Dezessete por cento a menos de dispersão não se ganham no ajuste de média do exercício 8.15. Pedem ferramenta, fixação, método ou máquina. E, mesmo com C_p = 1,67, o C_pk só acompanha se o processo estiver centrado — senão o alvo continua furado.

Erro comum a evitar. Dividir a tolerância por 1,67 (0,60 mm) e chamar isso de s, esquecendo o 6 da definição, o que daria um processo pior, não melhor.

8.26. Ensaio de demonstração com zero falhas (Desafio)

Enunciado. Quer-se demonstrar MTTF = 5 000 h com 90 % de confiança, em um ensaio censurado com zero falhas permitidas. Qual é o tempo total de ensaio T necessário?

Conceito. Sem falhas no banco, a única informação é o tempo acumulado. O tempo precisa ser maior do que o MTTF alvo: confiança de 90 % com zero falhas exige cerca de 2,3 vidas médias de exposição.

Fórmula. `T = − ln(1 − C) · MTTF`

De onde vem. Com zero falhas, R(T) = exp(−T/MTTF). Exigir que isso seja no máximo 1 − C (senão o MTTF alvo seria inverossímil) leva a T = −ln(1 − C) × MTTF. Para C = 90 %, −ln(0,10) = 2,303.

Resolução

1. **Fator de confiança.** −ln(0,10) = 2,3026.
2. **Tempo de ensaio.** T = 2,3026 × 5 000 = 11 513 h.

Resposta. T = 11 513 h, com zero falhas.

Interpretação. São 11,5 mil horas de banco — mais de dois MTTFs — sem nenhuma falha, para só então afirmar o alvo com 90 % de confiança. Por isso se usam vários itens em paralelo no ensaio (10 unidades × 1 151 h, por exemplo) e, quando dá, ensaios acelerados. Um único inversor ligado por 5 000 h, sem falha, ainda não demonstra esse MTTF a 90 %.

Erro comum a evitar. Ensaiar exatamente 5 000 h e, sem falha, dar o MTTF como demonstrado. Esse ensaio só sustentaria cerca de 63 % de confiança (1 − 1/e).

8.27. Alocação de confiabilidade em quatro blocos iguais (Desafio)

Enunciado. O sistema precisa de R_s = 0,90 em missão, com quatro blocos independentes em série e iguais. Qual confiabilidade se deve exigir de cada bloco?

Conceito. Alocar confiabilidade é desdobrar a meta do veículo nos sistemas e nos componentes, ainda no projeto. No caso igualitário, cada bloco recebe a raiz n-ésima da meta.

Fórmula. `R_i =`

De onde vem. De R_s = R_i^n vem R_i = (R_s)^{1/n}, a alocação uniforme. Se um bloco for intrínsecamente pior, a alocação deixa de ser igualitária e o exercício 8.2 volta a valer: reforça-se o elo fraco.

Resolução

1. **Calcular.** R_i = 0,90^{1/4} = 0,9740.

Resposta. Cada bloco precisa de R_i = 0,974.

Interpretação. A meta de 90 % no sistema vira 97,4 % em cada um dos quatro blocos — bem mais apertada. É o inverso do exercício 8.7: lá, 99 % em oito itens entregavam 92 %; aqui, para entregar 90 % em quatro, já não basta ‘quase 90 %’ em cada um.

Erro comum a evitar. Dividir 0,90 por 4 (0,225) ou exigir 0,90 em cada bloco, o que daria R_s = 0,90⁴ = 0,656, muito abaixo da meta.

8.28. Rendimento à primeira passagem (FPY) (Desafio)

Enunciado. Três estações em série têm rendimentos 0,97, 0,98 e 0,95 (dados de exemplo), sem retrabalho entre elas. Qual é o FPY da linha e, em 1 000 peças de entrada, quantas saem conformes à primeira passagem?

Conceito. O first-pass yield é a fração que atravessa a linha inteira sem retrabalho e sem sucata. Multiplica-se como uma confiabilidade em série, e é um dos melhores retratos da qualidade ‘na prática’ da fábrica.

Fórmula. `FPY = Y_1 Y_2 Y_3`

De onde vem. Cada estação deixa passar só uma fração Y_i das peças que recebe. Sem retrabalho, o que chega ao fim é o produto das frações.

Resolução

1. **FPY.** FPY = 0,97 × 0,98 × 0,95 = 0,903.
2. **Peças boas.** 1 000 × 0,903 = 903 peças. 97 não passam de primeira.

Resposta. FPY = 0,903; saem 903 peças conformes e 97 não passam de primeira.

Interpretação. A terceira estação, com 0,95, é o elo fraco — o mesmo papel do bloco 0,90 no exercício 8.2. Melhorar só ela para 0,98 levantaria o FPY a 0,931 e pouparia 28 peças em cada mil, em geral com menos esforço do que apertar as duas primeiras.

Erro comum a evitar. Fazer a média (0,967) e concluir que ‘quase 97 % passam’, o que esconderia as 97 peças que a linha realmente perde.

8.29. Confiabilidade interferência tensão-resistência (Desafio)

Enunciado. A tensão de escoamento de um lote tem média 250 MPa e desvio-padrão 20 MPa. A tensão de trabalho tem média 180 MPa e desvio-padrão 15 MPa (dados de exemplo, ambos normais e independentes). Qual é a confiabilidade, P(resistência > tensão)?

Conceito. Peça e carga não são um único número: as duas têm dispersão e podem se sobrepor. A confiabilidade é a probabilidade de a resistência superar a tensão, o elo entre este bloco e a análise estrutural do módulo.

Fórmula. $z = (\mu_r - \mu_t) / \sqrt{(\sigma_r^2 + \sigma_t^2)}$, $R = \Phi(z)$

De onde vem. A diferença resistência − tensão é normal com média $\mu_r - \mu_t$ e variância $\sigma_r^2 + \sigma_t^2$. Padronizando, P(diferença > 0) = Φ(z). Φ(2,8) ≈ 0,9974.

Resolução

1. **Numerador.** $\mu_r - \mu_t = 250 - 180 = 70$ MPa.
2. **Denominador.** $\sqrt{(20^2 + 15^2)} = \sqrt{(400 + 225)} = \sqrt{625} = 25$ MPa.
3. **Confiabilidade.** z = 70 / 25 = 2,80. R = Φ(2,80) = 0,9974 (99,74 %).

Resposta. z = 2,80 e R = 0,9974 (99,74 %).

Interpretação. O fator de segurança médio é 250/180 = 1,39, o mesmo 1,39 do C_p do exercício 8.3 — e ainda assim há cerca de 26 peças em 10 000 na zona de interferência. FS médio alto não basta quando as duas dispersões se comem; é o recado que a qualidade manda para o cálculo estrutural.

Erro comum a evitar. Calcular só o FS médio 1,39 e concluir que ‘não falha’, ignorando as dispersões, ou somar os desvios (35 MPa) no lugar da raiz da soma dos quadrados (25 MPa).

8.30. Folha do inversor: missão, série e redundância (Desafio)

Enunciado. Fecha-se a folha do inversor do exercício 8.1 (R = 0,670 em 2 000 h) em série com um BMS de R = 0,99 e uma máquina de R = 0,97, na mesma missão. Qual é a confiabilidade do conjunto? E se o inversor ganhar um paralelo ativo idêntico?

Conceito. A confiabilidade do veículo não é a do pior item isolado, nem a média dos três: é o produto da série, eventualmente com redundância no elo que mais puxa para baixo. Esta folha junta os exercícios 8.1, 8.2 e 8.8.

Fórmula. $R_s = R_{inv}\,R_{BMS}\,R_{mot}$, $R_{inv,p} = 1 - (1 - R_{inv})^2$

De onde vem. Série pelo produto, como no exercício 8.2. A redundância ativa no inversor substitui R_{inv} pelo paralelo de dois itens, como no exercício 8.8, e o produto se refaz.

Resolução

1. **Série pura.** $R_s = 0{,}670 \times 0{,}99 \times 0{,}97 = 0{,}643$.
2. **Inversor redundante.** $R_{inv,p} = 1 - 0{,}330^2 = 0{,}891$. $R_s = 0{,}891 \times 0{,}99 \times 0{,}97 = 0{,}856$.

Resposta. Série pura: R = 0,643. Com inversor em paralelo ativo: R = 0,856.

Interpretação. O inversor sozinho já tinha 0,670; em série com dois itens ‘bons’, o conjunto cai a 0,643. Duplicar o elo fraco recupera 21 pontos percentuais e entrega 0,856 — ainda abaixo de 0,90, mas em outro patamar. A folha fecha o bloco com o mesmo recado do exercício 8.2: intervém-se onde a confiabilidade é pior, não onde já está em 0,99.

Erro comum a evitar. Fazer a média dos três (0,877) ou somar as ‘falhas’ 0,330 + 0,01 + 0,03 = 0,370 e reportar R = 0,630, contas que não descrevem a série.

Segurança Veicular (24 h)

9.1. Desaceleração média num impacto (Básico)

Enunciado. O up! choca-se a 50 km/h contra uma barreira rígida. A zona de deformação se comprime 0,45 m com desaceleração aproximadamente constante (dados de exemplo). Calcule a desaceleração média, em m/s² e em g, e o tempo do impacto.

Conceito. Com desaceleração constante, a cinemática do choque se resume a $a = v^2 / (2s)$. Essa é a ordem de grandeza que a zona deformável da frente precisa entregar para o ocupante não ‘encontrar’ um pulso ainda pior.

Fórmula. `a = (v²)/(2s) , t = v / a`

De onde vem. De $v^2 = v_0^2 - 2\,a\,s$, com parada completa, vem $a = v^2 / (2s)$. O tempo é a velocidade inicial dividida pela desaceleração constante.

Resolução

1. **Velocidade.** v = 50 / 3,6 = 13,89 m/s.
2. **Desaceleração.** a = (13,89)² / (2 × 0,45) = 192,9 / 0,90 = 214,3 m/s² = 21,8 g.
3. **Duração.** t = v / a = 13,89 / 214,3 = 0,065 s (65 ms).

Resposta. a_méd = 214 m/s² = 21,8 g; t = 65 ms.

Interpretação. Vinte e dois g durante 65 ms é um pulso duro, mas gerenciável com cinto e airbag. Se a zona de deformação fosse mais curta, a desaceleração (e a carga no ocupante) subiria na mesma proporção invertida — esse é o papel da área de absorção à frente do habitáculo, já vista no exercício 7.29.

Erro comum a evitar. Esquecer de converter 50 km/h para m/s e calcular 50² / 0,90 = 2 778 m/s², cerca de 283 g, um número irreal para este curso de deformação.

9.2. Energia e altura equivalente de queda (Básico)

Enunciado. Para o mesmo impacto a 50 km/h, calcule a energia cinética a ser absorvida e a altura de queda livre que produziria a mesma velocidade.

Conceito. A estrutura, o cinto e o airbag precisam gerenciar uma quantidade de energia, não só uma velocidade. A altura equivalente ajuda a sentir o que 50 km/h representam em queda livre.

Fórmula. $E = (1)/(2)\ m\ v^2\ ,\ h = (v^2)/(2g)$

De onde vem. A energia cinética é ½ m v². Igualando a m g h, a altura equivalente de queda livre é v² / (2g), independente da massa.

Resolução

1. **Energia.** E = ½ × 900 × 192,9 = 86 806 J = 86,8 kJ.
2. **Altura equivalente.** h = 192,9 / (2 × 9,81) = 9,83 m.

Resposta. E = 86,8 kJ, equivalente a uma queda livre de 9,83 m.

Interpretação. Quase dez metros de queda livre — um terceiro andar — é o que 50 km/h escondem. Cinto, airbag e a estrutura do habitáculo precisam gerenciar esses 86,8 kJ sem deixar o habitáculo colapsar e sem aplicar picos excessivos no ocupante.

Erro comum a evitar. Calcular m g h com h = 0,45 m (a deformação), o que daria só 4,0 kJ, confundindo o curso da zona deformável com a altura de queda que produz a mesma velocidade.

9.3. Variação de velocidade em colisão inelástica (Básico)

Enunciado. O up! de 900 kg a 50 km/h colide de frente, e fica acoplado (modelo perfeitamente inelástico), com um veículo parado de 1 500 kg. Calcule o Δv de cada um.

Conceito. Em colisão entre dois veículos, o que o ocupante sente é o Δv do seu carro, não a velocidade de aproximação. O carro mais leve leva o maior Δv e, em geral, o maior risco.

Fórmula. $V = (m_1\ v_1)/(m_1 + m_2)\ ,\ \Delta v_1 = v_1 - V$

De onde vem. No modelo perfeitamente inelástico, o momento linear se conserva e os dois seguem com a mesma velocidade V. O Δv de cada um é a diferença entre a sua velocidade inicial e V.

Resolução

1. **Conservar o momento linear.** V = (900 × 13,89) / (900 + 1 500) = 12 500 / 2 400 = 5,21 m/s.
2. **Δv de cada veículo.** Δv_up = 13,89 − 5,21 = 8,68 m/s = 31,3 km/h. Δv_pesado = 5,21 m/s = 18,8 km/h.

Resposta. Δv do up! = 31,3 km/h; Δv do veículo de 1 500 kg = 18,8 km/h.

Interpretação. O up!, mais leve, leva quase o dobro do Δv do outro veículo. Por isso a compatibilidade de massas importa: o mesmo choque, visto de cada habitáculo, não é o mesmo acidente. Contra a barreira rígida do exercício 9.1, o Δv era 50 km/h — o caso mais severo.

Erro comum a evitar. Repartir 50 km/h meio a meio (25 km/h para cada um), como se a massa não entrasse no balanço do momento.

9.4. Força média na zona deformável (Básico)

Enunciado. Com a energia de 86,8 kJ do exercício 9.2 absorvida em 0,45 m, qual é a força média na zona deformável? Confira com F = m a, usando a = 214 m/s² do exercício 9.1.

Conceito. A força média do crash é a energia dividida pelo curso, ou a massa vezes a desaceleração média. Os dois caminhos precisam fechar, e o número dá a ordem de grandeza do que a estrutura da frente tem de sustentar.

Fórmula. `F = E / s = m a`

De onde vem. O trabalho da força média no curso s é F s = E. Também F = m a, com a já calculado no exercício 9.1.

Resolução

1. **Pela energia.** F = 86 806 / 0,45 = 1,929 × 10⁵ N = 193 kN.
2. **Pela massa.** F = 900 × 214,3 = 1,929 × 10⁵ N = 193 kN. Os dois caminhos fecham.

Resposta. F_méd = 193 kN.

Interpretação. Cento e noventa e três quilonewtons são cerca de 22 vezes o peso do carro — o mesmo 21,8 g do exercício 9.1. A frente precisa ser rígida o bastante para atingir essa força e ainda assim progressiva, para não estourar o pulso no começo do curso.

Erro comum a evitar. Usar o peso 900 × 9,81 = 8,8 kN no lugar de m a, esquecendo que a força do impacto é muitas vezes o peso estático.

9.5. Carga no ocupante com o mesmo pulso (Básico)

Enunciado. Um ocupante de 75 kg acompanha a desaceleração média de 214 m/s² do exercício 9.1 (dado de exemplo, como se o cinto o acoplasse ao pulso do veículo). Qual é a força média no conjunto cinto–peito?

Conceito. Se o ocupante acompanha o pulso do veículo, a força que o contém é a massa dele vezes a mesma desaceleração. É a ordem de grandeza que o cinto e o airbag compartilham.

Fórmula. `F_oc = m_oc · a`

De onde vem. Segunda lei de Newton no ocupante, admitindo que ele não ‘viaje’ em relação ao habitáculo. Na prática o cinto tem um pouco de folga, e a força real se reparte com o airbag.

Resolução

1. **Calcular.** F_oc = 75 × 214,3 = 16 073 N = 16,1 kN.

Resposta. F_oc = 16,1 kN.

Interpretação. Dezesseis quilonewtons no peito são uma carga alta, da ordem do que um limitador de carga de cinto tenta não ultrapassar. O airbag existe para repartir essa força numa área maior e para ganhar um pouco mais de curso, o tema do exercício 9.25.

Erro comum a evitar. Usar a massa do veículo (900 × 214 = 193 kN) como se fosse a carga no peito do ocupante.

9.6. Curso mais curto e o novo pulso (Básico)

Enunciado. Se a zona deformável do exercício 9.1 comprimir só 0,30 m, com a mesma velocidade de 50 km/h, quais ficam a desaceleração média e o tempo do impacto?

Conceito. O pulso é inversamente proporcional ao curso. Encurtar a zona deformável — um capô curto, um pacote rígido à frente — se paga em g no ocupante.

Fórmula. $a = (v^2)/(2s)$

De onde vem. A mesma fórmula do exercício 9.1, agora com s = 0,30 m. Em relação ao caso de 0,45 m, a desaceleração sobe na razão 0,45/0,30 = 1,50.

Resolução

1. **Desaceleração.** a = 192,9 / (2 × 0,30) = 192,9 / 0,60 = 321,5 m/s² = 32,8 g.
2. **Duração.** t = 13,89 / 321,5 = 0,043 s (43 ms).

Resposta. a_méd = 322 m/s² = 32,8 g; t = 43 ms.

Interpretação. Quinze centímetros a menos de curso levantam o pulso de 21,8 g para 32,8 g e encurtam o choque para 43 ms. É o preço de um balanço dianteiro curto demais, o mesmo dilema do exercício 7.29 entre pacote, estilo e crash.

Erro comum a evitar. Reduzir a desaceleração na mesma proporção do curso (21,8 × 0,30/0,45), invertendo a regra a $\propto 1/s$.

9.7. Curso mais longo e o novo pulso (Básico)

Enunciado. Se a zona deformável se alongar para 0,60 m, ainda a 50 km/h, quais ficam a desaceleração média e o tempo?

Conceito. O inverso do exercício 9.6: alongar a frente dilui a mesma energia num curso maior e baixa o pulso, à custa de comprimento, ângulo de ataque e embalagem.

Fórmula. $a = (v^2)/(2s)$

De onde vem. A mesma cinemática, com s = 0,60 m. A desaceleração cai na razão 0,45/0,60 = 0,75 em relação ao exercício 9.1.

Resolução

1. **Desaceleração.** a = 192,9 / (2 × 0,60) = 192,9 / 1,20 = 160,8 m/s² = 16,4 g.
2. **Duração.** t = 13,89 / 160,8 = 0,086 s (86 ms).

Resposta. a_méd = 161 m/s² = 16,4 g; t = 86 ms.

Interpretação. Quinze centímetros a mais baixam o pulso de 21,8 g para 16,4 g e alongam o choque para 86 ms. É um ganho enorme para o ocupante, e é exatamente o que um city car quase não tem para oferecer no balanço dianteiro.

Erro comum a evitar. Somar 0,15 m ao tempo ou à desaceleração, em vez de recalcular a = v² / (2s).

9.8. Energia de um impacto a 64 km/h (Básico)

Enunciado. Qual é a energia cinética do up! de 900 kg a 64 km/h, típica de um ensaio frontal contra barreira, e quantas vezes ela é maior do que a de 50 km/h do exercício 9.2?

Conceito. A energia cresce com o quadrado da velocidade. Um pouco mais de velocidade no ensaio não é ‘um pouco mais de severidade’: é um salto grande no que a estrutura precisa absorver.

Fórmula. $E = (1)/(2)\ m\ v^2\ ,\ E_64\ /\ E_50\ =\ (64\ /\ 50)^2$

De onde vem. A razão das energias, à mesma massa, é o quadrado da razão das velocidades. Não é preciso recalcular ½ m para obter o fator, só para obter o valor em joules.

Resolução

1. **Velocidade.** v = 64 / 3,6 = 17,78 m/s. v^2 = 316,0.
2. **Energia.** E = ½ × 900 × 316,0 = 142 222 J = 142 kJ.
3. **Razão.** $(64 / 50)^2 = 1{,}280^2 = 1{,}638$, ou 63,8 % a mais do que os 86,8 kJ.

Resposta. E = 142 kJ, 1,64 vezes a energia a 50 km/h.

Interpretação. Catorze quilômetros por hora a mais quase somam 55 kJ — mais da metade da energia já difícil de 50 km/h. Por isso um ensaio a 64 km/h não é uma ‘versão um pouco mais dura’ do exercício 9.1: é outro patamar de projeto da frente.

Erro comum a evitar. Escalar a energia por 64/50 = 1,28, como se E fosse linear com a velocidade, e reportar 111 kJ.

9.9. Altura equivalente a 64 km/h (Básico)

Enunciado. Qual é a altura de queda livre equivalente à velocidade de 64 km/h do exercício 9.8?

Conceito. A altura equivalente não depende da massa, só da velocidade. Serve para comparar ensaios e para sentir, em metros de queda, o que o número em km/h esconde.

Fórmula. $h = (v^2)/(2g)$

De onde vem. A mesma igualdade ½ m v^2 = m g h do exercício 9.2, agora com v = 17,78 m/s.

Resolução

1. **Calcular.** h = 316,0 / (2 × 9,81) = 316,0 / 19,62 = 16,11 m.

Resposta. h = 16,1 m.

Interpretação. Dezesseis metros são cerca de um quinto andar. A razão das alturas é a mesma 1,64 da energia do exercício 9.8, porque h também vai com v^2. O ensaio mais severo não ‘parece’ 28 % mais alto — ele é 64 % mais alto.

Erro comum a evitar. Escalar 9,83 m por 64/50 e obter 12,6 m, de novo tratando a energia como linear com a velocidade.

9.10. Massa da conversão e a nova energia (Básico)

Enunciado. A conversão do exercício 7.2 leva a ordem de marcha a 1 030 kg. Qual é a energia a 50 km/h, e quanto ela cresce em relação aos 86,8 kJ do up! original?

Conceito. A energia do impacto é proporcional à massa. Converter o carro, mesmo ganhando CG e repartição, torna o crash um pouco mais exigente para a mesma estrutura de frente, se a velocidade for a mesma.

Fórmula. $E = (1)/(2)\ m\ v^2$

De onde vem. A mesma fórmula do exercício 9.2, com m = 1 030 kg e v^2 = 192,9. A razão das energias é a razão das massas, 1 030/900.

Resolução

1. **Energia.** E = ½ × 1 030 × 192,9 = 99 344 J = 99,3 kJ.
2. **Acréscimo.** 99,3 − 86,8 = 12,5 kJ, ou 14,4 % a mais, igual a 130/900.

Resposta. E = 99,3 kJ, 12,5 kJ (14,4 %) a mais do que no carro original.

Interpretação. Cento e trinta quilogramas a mais, exatamente a ordem da conversão do exercício 7.2, pedem 12,5 kJ extras à mesma frente. Se o curso continuar 0,45 m, a força média sobe na mesma proporção, para 221 kN. A arquitetura elétrica e a segurança estrutural não se separam.

Erro comum a evitar. Somar 130 kg × 9,81 × 0,45 m = 574 J, tratando o acréscimo como energia potencial no curso, e não como acréscimo de energia cinética.

9.11. Frenagem de 0,50 s antes da barreira (Intermediário)

Enunciado. O up! vinha a 50 km/h e trava os pneus (μ = 0,80) durante 0,50 s antes de encontrar a barreira rígida. Qual é a velocidade no instante do impacto, a energia restante e a fração da energia original do exercício 9.2?

Conceito. Cada décimo de segundo de frenagem antes do choque corta velocidade — e a energia cai com o quadrado. O ABS e o tempo de reação não evitam o acidente, mas mudam o que a estrutura precisa absorver.

Fórmula. $v = v_0 - \mu\ g\ t\ ,\ E\ /\ E_0 = (v\ /\ v_0)^2$

De onde vem. Com frenagem no limite de atrito, a desaceleração é μ g. A velocidade cai linearmente com o tempo, e a energia restante é a original vezes $(v/v_0)^2$.

Resolução

1. **Queda de velocidade.** Δv = 0,80 × 9,81 × 0,50 = 3,92 m/s. v = 13,89 − 3,92 = 9,97 m/s = 35,9 km/h.
2. **Energia.** E = ½ × 900 × $(9,97)^2$ = 44,7 kJ. E/E_0 = $(9,97/13,89)^2$ = 0,515, cerca de 51 % da energia original.

Resposta. v = 35,9 km/h; E = 44,7 kJ, 51 % da energia a 50 km/h.

Interpretação. Meio segundo de frenagem forte corta quase metade da energia do choque. É um ganho maior do que alongar a zona deformável de 0,45 m para 0,60 m (exercício 9.7), e não exige mudar a carroceria — exige perceber o obstáculo a tempo.

Erro comum a evitar. Descontar 50 % de 50 km/h (25 km/h) ou 50 % da energia direto, sem passar pela desaceleração μ g × t.

9.12. Colisão frontal com os dois em movimento (Intermediário)

Enunciado. O up! de 900 kg a 50 km/h encontra de frente, em modelo inelástico, um veículo de 1 500 kg a 30 km/h no sentido contrário. Qual é o Δv de cada um?

Conceito. Quando os dois se movem, o momento linear se equilibra em torno do centro de massa. Neste jogo de números, os momentos se cancelam e o par pára no referencial da pista — mas os Δv não são iguais.

Fórmula. `V = (m_1 v_1 + m_2 v_2) / (m_1 + m_2)`

De onde vem. Conservação do momento, como no exercício 9.3, agora com v_2 negativo (sentido contrário). O Δv de cada um continua sendo a diferença entre a sua velocidade inicial e V.

Resolução

1. **Momentos.** 900 × 13,89 = 12 500 kg·m/s. 1 500 × (−8,33) = −12 500 kg·m/s. V = 0.
2. **Δv.** Δv_up = 13,89 m/s = 50 km/h. Δv_pesado = 8,33 m/s = 30 km/h.

Resposta. V = 0; Δv do up! = 50 km/h e Δv do outro = 30 km/h.

Interpretação. Os momentos se cancelam, o par pára, e o up! leva o mesmo Δv de uma barreira rígida a 50 km/h — o caso do exercício 9.1. O outro, mais pesado e mais lento, leva só 30 km/h. Frente a frente, o leve pode viver o pior caso mesmo quando o outro ‘também estava andando’.

Erro comum a evitar. Somar 50 + 30 = 80 km/h e atribuir esse Δv aos dois, confundindo velocidade de aproximação com variação de velocidade de cada veículo.

9.13. Impacto lateral contra uma barreira móvel (Intermediário)

Enunciado. Uma barreira móvel de 1 500 kg a 50 km/h atinge de lado o up! de 900 kg parado, e os dois seguem acoplados (modelo inelástico). Qual é o Δv de cada um?

Conceito. No impacto lateral o up! está parado e é o mais leve: ele leva o maior Δv, agora na direção em que a estrutura e o espaço de sobrevivência são mais justos.

Fórmula. `V = (m_b v_b)/(m + m_b) , Δv_up = V`

De onde vem. Mesma conservação do exercício 9.3, com o up! inicialmente parado. O Δv do up! é a própria V; o da barreira é v_b − V.

Resolução

1. **Velocidade comum.** V = (1 500 × 13,89) / 2 400 = 8,68 m/s = 31,3 km/h.
2. **Δv.** Δv_up = 31,3 km/h. Δv_barreira = 50 − 31,3 = 18,7 km/h.

Resposta. Δv do up! = 31,3 km/h; Δv da barreira = 18,7 km/h.

Interpretação. São os mesmos números do exercício 9.3, com os papéis trocados: agora quem estava parado é o up!, e é ele que leva 31,3 km/h — de lado, onde há menos curso deformável e menos espaço para o ocupante. Por isso o impacto lateral é um dos ensaios mais exigentes neste segmento.

Erro comum a evitar. Atribuir ao up! os 50 km/h da barreira, como se ele fosse uma parede rígida e não um veículo que também sai do lugar.

9.14. Alcance traseiro inelástico (Intermediário)

Enunciado. Um veículo de 1 500 kg a 30 km/h alcança por trás o up! de 900 kg parado e os dois seguem acoplados. Qual é o Δv de cada um?

Conceito. No alcance traseiro o Δv do carro atingido é o que o pescoço e o encosto têm de gerenciar. Mesmo a 30 km/h do outro, o city car parado leva uma fatia relevante dessa velocidade.

Fórmula. `V = (m_2 v_2)/(m_1 + m_2)`

De onde vem. Conservação do momento com o up! inicial parado, como no exercício 9.13, agora na direção longitudinal e a 30 km/h.

Resolução

1. **Velocidade comum.** V = (1 500 × 8,33) / 2 400 = 5,21 m/s = 18,8 km/h.
2. **Δv.** Δv_up = 18,8 km/h. Δv_outro = 30,0 − 18,8 = 11,3 km/h.

Resposta. Δv do up! = 18,8 km/h; Δv do outro = 11,3 km/h.

Interpretação. O up! parado leva 18,8 km/h de Δv — mais do que o carro que o atingiu. Não é um impacto ‘leve só porque era 30 km/h’: no referencial do ocupante do banco da frente, é um empurrão traseiro da ordem de muitos ensaios de chicote.

Erro comum a evitar. Repartir 30 km/h meio a meio (15 km/h), ignorando que o atingido é o mais leve e portanto leva a maior parte do Δv.

9.15. Desaceleração da cabeça no capô (Intermediário)

Enunciado. A cabeça de um pedestre, a 40 km/h, é detida em 50 mm de curso efetivo no capô (dados de exemplo, pulso constante). Qual é a desaceleração média, em m/s² e em g, e o tempo do impacto?

Conceito. O vão sob o capô, já comentado no exercício 7.23, existe para dar curso à cabeça. Cinquenta milímetros a 40 km/h produzem um pulso muito mais severo do que o do ocupante no exercício 9.1, porque o curso é uma ordem de grandeza menor.

Fórmula. `a = (v²)/(2s)`

De onde vem. A mesma cinemática do exercício 9.1, com v = 40/3,6 e s = 0,050 m.

Resolução

1. **Velocidade.** v = 40 / 3,6 = 11,11 m/s. v² = 123,5.
2. **Desaceleração e tempo.** a = 123,5 / (2 × 0,050) = 1 235 m/s² = 126 g. t = 11,11 / 1 235 = 0,0090 s (9 ms).

Resposta. a_méd = 1 235 m/s² = 126 g; t = 9 ms.

Interpretação. Cento e vinte e seis g em 9 ms é outro mundo em relação aos 22 g do ocupante. Por isso o capô precisa de vão, de deformação e, nos projetos mais recentes, até de atuadores que o levantam no instante do atropelamento. Um capô encostado no motor transforma esses 50 mm em quase nada.

Erro comum a evitar. Usar s = 0,50 m (50 cm) no lugar de 50 mm, o que daria cerca de 13 g, um pulso ‘de ocupante’, não de cabeça no capô.

9.16. Folga do cinto e o pulso efetivo do ocupante (Intermediário)

Enunciado. No impacto do exercício 9.1, o cinto tem 50 mm de folga: o ocupante só começa a ser retido depois de o veículo já ter usado esses 50 mm do curso de 0,45 m. Qual é a desaceleração média no ocupante no curso restante?

Conceito. A folga do cinto ‘come’ parte do curso de ride-down. O ocupante chega atrasado ao pulso e tem menos espaço para parar, o que aumenta a carga no peito.

Fórmula. `a_oc = (v²)/(2 (s − s_folga))`

De onde vem. No modelo simples, a velocidade do ocupante ainda é a inicial quando o cinto aperta, e o curso útil cai para s − s_folga. A pretensão do cinto existe para reduzir exatamente essa folga.

Resolução

1. **Curso útil.** s_útil = 0,45 − 0,05 = 0,40 m.
2. **Desaceleração.** a = 192,9 / 0,80 = 241,1 m/s² = 24,6 g, contra 21,8 g do veículo.

Resposta. a_oc = 241 m/s² = 24,6 g.

Interpretação. Cinquenta milímetros de folga — um palmo de cinto frouxo ou de roupa de inverno — sobem o pulso do ocupante de 21,8 g para 24,6 g. A pretensão não é conforto: é recuperar curso de ride-down que a estrutura já comprou no balanço dianteiro.

Erro comum a evitar. Somar a folga ao curso (0,50 m) e baixar o pulso, o contrário do que a folga faz.

9.17. Espaço residual no vão dos pés (Intermediário)

Enunciado. O vão dos pés tem 0,40 m de profundidade útil. Num impacto, a intrusão medida é 0,25 m (dados de exemplo). Qual é o espaço residual, e ele fica acima de 0,10 m, um piso ilustrativo de sobrevivência?

Conceito. Além do pulso, a segurança depende de o habitáculo não invadir o ocupante. O espaço residual é o que sobra depois da intrusão, e é um dos primeiros recados da análise de crash.

Fórmula. `s_res = s_vão − s_intrusão`

De onde vem. A conta é uma subtração, mas o juízo não é: abaixo de uma folga mínima, pés, tornozelos e a base do painel se encontram, mesmo com um pulso ‘aceitável’.

Resolução

1. **Residual.** s_res = 0,40 − 0,25 = 0,15 m = 150 mm, acima dos 100 mm de referência deste exercício.

Resposta. Sobram 150 mm, ainda acima dos 100 mm de referência.

Interpretação. Cento e cinqüenta milímetros passam neste piso ilustrativo, mas sem folga folgada. Se a zona deformável da frente for curta demais (exercícios 7.29 e 9.6), a intrusão sobe e o residual some — o habitáculo precisa ser uma célula, não mais um curso de absorção.

Erro comum a evitar. Somar vão e intrusão, ou reportar a intrusão 0,25 m como se fosse o espaço que sobrou.

9.18. Carga específica num overlap de 40 % (Intermediário)

Enunciado. A força média de 193 kN do exercício 9.4, no up! de largura 1,64 m, passa a atuar numa sobreposição de 40 % da largura (dado de exemplo). Qual é a carga por metro de frente em overlap total e em 40 %?

Conceito. No impacto offset, a mesma energia e, em primeira ordem, a mesma força média se concentram numa fatia da frente. A carga específica sobe, e é isso que amassa um canto e poupa o outro.

Fórmula. `q = F / (α w)`

De onde vem. A largura engajada é α w, com α = 0,40. A força média, se o curso for parecido, reparte-se por essa largura e a carga específica sobe na razão 1/α.

Resolução

1. **Overlap total.** q_100 = 193 kN / 1,64 m = 118 kN/m.
2. **Overlap 40 %.** Largura engajada = 0,40 × 1,64 = 0,656 m. q_40 = 193 / 0,656 = 294 kN/m, 2,5 vezes maior.

Resposta. Em overlap total, 118 kN/m; em 40 %, 294 kN/m (2,5 vezes maior).

Interpretação. Dois e meio vezes mais carga por metro explica por que o ensaio offset é tão exigente numa longarina e tão ‘fácil’ na outra. A frente precisa ter um caminho de carga que resista a trabalhar torto, não só a um empurrão simétrico na barreira rígida.

Erro comum a evitar. Multiplicar a força por 0,40 (77 kN), como se o offset reduzisse a carga total, quando o que ele faz é concentrá-la.

9.19. HIC aproximado de um pulso retangular (Intermediário)

Enunciado. Um pulso retangular de 70 g dura 25 ms (dados de exemplo). Calcule o HIC aproximado, tomando a janela igual à duração inteira, e compare com o limiar ilustrativo de 1 000.

Conceito. O HIC combina intensidade e duração do pulso na cabeça. Neste exercício usamos a forma simplificada de um pulso constante na janela inteira, para sentir a ordem de grandeza — não o HIC oficial de janela móvel.

Fórmula. `HIC ≈ · Δt`

De onde vem. A definição oficial é max (1/Δt ∫ a dt)^{2,5} Δt, com a em g e Δt em segundos, numa janela de no máximo 15 ou 36 ms. Para um pulso retangular constante, isso se reduz a (a/g)^{2,5} Δt.

Resolução

1. **Potência 2,5.** 70^{2,5} = 70² × √70 = 4 900 × 8,367 = 40 996.
2. **HIC.** HIC ≈ 40 996 × 0,025 = 1 025, ligeiramente acima de 1 000.

Resposta. HIC ≈ 1 025, ligeiramente acima de 1 000.

Interpretação. Setenta g durante 25 ms já encostam no limiar clássico de 1 000. O pulso do exercício 9.1 (21,8 g em 65 ms) daria só cerca de 144 nesta mesma conta — o cinto e o airbag existem precisamente para não deixar a cabeça ver os 70 g deste exemplo.

Erro comum a evitar. Multiplicar 70 × 0,025 = 1,75, esquecendo o expoente 2,5, que é o que torna o índice tão sensível a picos curtos.

9.20. Carga no peito de dois ocupantes no mesmo pulso (Intermediário)

Enunciado. No pulso de 214 m/s² do exercício 9.1, compare a força média no peito de um ocupante de 75 kg e de um de 50 kg, admitindo que os dois acompanhem o veículo.

Conceito. A força no cinto é proporcional à massa do ocupante, se o pulso for o mesmo. O ocupante menor vê menos força absoluta, mas os limiares de lesão também são menores — não se lê o mesmo número da mesma forma.

Fórmula. `F_oc = m_oc · a`

De onde vem. Segunda lei, como no exercício 9.5, aplicada às duas massas no mesmo a.

Resolução

1. **75 kg.** F = 75 × 214,3 = 16,1 kN (já visto no exercício 9.5).
2. **50 kg.** F = 50 × 214,3 = 10,7 kN, 33 % menor em força, a mesma 21,8 g.

Resposta. 75 kg: 16,1 kN; 50 kg: 10,7 kN, ambos a 21,8 g.

Interpretação. A força cai com a massa, mas a desaceleração é a mesma. Limitar a carga do cinto em 4 kN, por exemplo, protege o peito do mais leve e pode deixar o de 75 kg ‘viajar’ um pouco mais no limitador. O sistema de retenção é um compromisso entre ocupantes diferentes, não um único ótimo.

Erro comum a evitar. Concluir que o ocupante de 50 kg está automaticamente mais seguro, só porque a força absoluta é menor, sem olhar os critérios de lesão próprios desse biótipo.

9.21. Zona deformável em dois patamares de força (Desafio)

Enunciado. A frente absorve em dois patamares: 0,20 m a 100 kN e, em seguida, 0,25 m a 250 kN (dados de exemplo). Qual energia total ela aceita? Essa estrutura dá conta dos 86,8 kJ a 50 km/h? Até que velocidade ela bastaria?

Conceito. A zona deformável real não é uma força constante. Os patamares (para-choque, longarinas, dash) somam energia como áreas no diagrama força–curso, e o que não couber nessa área vira pulso extra ou intrusão.

Fórmula. `E = F_1 s_1 + F_2 s_2 , v = √(2 E / m)`

De onde vem. O trabalho é a área sob F(s). Com dois patamares constantes, a energia é a soma dos produtos F s. A velocidade máxima correspondente vem de ½ m v² = E.

Resolução

1. **Energia dos patamares.** E = 100 000 × 0,20 + 250 000 × 0,25 = 20 kJ + 62,5 kJ = 82,5 kJ.
2. **Comparar.** 82,5 kJ < 86,8 kJ: faltam 4,3 kJ para os 50 km/h.
3. **Velocidade limite.** v = √(2 × 82 500 / 900) = √183,3 = 13,54 m/s = 48,7 km/h.

Resposta. A frente aceita 82,5 kJ, 4,3 kJ abaixo dos 86,8 kJ; a velocidade limite é 48,7 km/h.

Interpretação. Quase fecha os 50 km/h, mas não fecha. Os 4,3 kJ que faltam vão para o habitáculo (intrusão) ou para um terceiro patamar mais rígido, exatamente o que se quer evitar. Um pouco mais de curso no segundo patamar, ou 10 kN a mais, resolveriam — é o tipo de ajuste fino do diagrama F–s.

Erro comum a evitar. Tomar a força média (175 kN) vezes o curso total (0,45 m) = 78,8 kJ, que não é a área real dos dois patamares, porque eles não têm o mesmo curso.

9.22. Restituição contra a barreira rígida (Desafio)

Enunciado. No impacto a 50 km/h do exercício 9.1, a estrutura devolve uma fração elástica com coeficiente de restituição e = 0,15 (dado de exemplo). Qual é o Δv efetivo do veículo e a energia de fato dissipada?

Conceito. O modelo perfeitamente inelástico (e = 0) subestima o Δv: a frente devolve um pouco de velocidade, e o ocupante sente a ida e a pequena volta. A energia dissipada é (1 − e²) da cinética inicial.

Fórmula. $\Delta v = (1 + e)\, v$, $E_{diss} = (1 - e^2) \cdot \frac{1}{2} m v^2$

De onde vem. Contra uma barreira rígida, a velocidade de afastamento é e v. O Δv total é v − (−e v) = (1 + e) v. A energia que volta é e² vezes a inicial; o resto se dissipa na deformação.

Resolução

1. **Δv.** Δv = 1,15 × 13,89 = 15,97 m/s = 57,5 km/h.
2. **Energia.** E_diss = (1 − 0,15²) × 86,8 = 0,9775 × 86,8 = 84,8 kJ. A restituição devolve 2,0 kJ.

Resposta. Δv = 57,5 km/h; dissipam-se 84,8 kJ e devolvem-se 2,0 kJ.

Interpretação. Quinze centésimos de restituição acrescentam 7,5 km/h de Δv — não é pouco. A energia extra de volta é só 2 kJ, mas o ocupante já está no cinto quando o veículo rebola. Por isso o ensaio reporta Δv e pulso, não só a energia absorvida.

Erro comum a evitar. Somar e v à velocidade de ensaio e recalcular ½ m (1,15 v)² como energia a absorver, inflando a dissipação no lugar de reduzi-la a (1 − e²) E.

9.23. Energia do veículo numa barreira deformável (Desafio)

Enunciado. Num ensaio contra barreira deformável, admite-se, neste exemplo, que metade da energia cinética a 50 km/h vá para a barreira e metade para o up!. Qual energia a frente do carro absorve, e qual seria a desaceleração média num curso de 0,45 m?

Conceito. Diferente da barreira rígida, a barreira deformável ‘paga’ parte da energia. O pulso no veículo cai, e o ensaio passa a medir também a compatibilidade: como a frente divide o trabalho com o outro lado.

Fórmula. $E_{veic} = k \cdot \frac{1}{2} m v^2$, $a = E_{veic} / (m\, s)$

De onde vem. Com fração k da energia no veículo, E_veic = k E. A força média é E_veic / s e a desaceleração é F/m, ou E_veic / (m s).

Resolução

1. **Energia no veículo.** E_veic = 0,50 × 86,8 = 43,4 kJ.
2. **Desaceleração.** a = 43 400 / (900 × 0,45) = 107,2 m/s² = 10,9 g, metade do pulso da barreira rígida.

Resposta. A frente absorve 43,4 kJ e o pulso médio cai para 10,9 g.

Interpretação. Metade da energia na barreira corta o pulso à metade — o ensaio fica menos severo para o ocupante e mais exigente em compatibilidade. Se a frente do up! for rígida demais, ela esmaga a barreira (k cai) e ‘vai bem’ neste teste, mas mal numa colisão com um carro igual. Por isso se olham os dois ensaios juntos.

Erro comum a evitar. Manter os 86,8 kJ no veículo e só mudar o nome da barreira, como se deformável e rígida pudessem pedir a mesma energia à estrutura.

9.24. Carga estática ilustrativa no teto (Desafio)

Enunciado. Como primeiro corte de resistência do teto, aplica-se uma carga estática igual a 3 vezes o peso do up! de 900 kg (dado ilustrativo, não o protocolo oficial de um ensaio). Qual é essa carga?

Conceito. Em capotamento, o teto e os pilares têm de preservar o espaço de sobrevivência. Um múltiplo do peso estático é um primeiro número de ordem de grandeza, antes dos protocolos específicos de ensaio.

Fórmula. `F = n · m g`

De onde vem. A carga é um fator n vezes o peso. Aqui n = 3, só para dimensionar a ordem de grandeza, sem reproduzir o procedimento de nenhuma norma.

Resolução

1. **Calcular.** F = 3 × 900 × 9,81 = 26 487 N = 26,5 kN.

Resposta. F = 26,5 kN.

Interpretação. Vinte e seis quilonewtons são cerca de 2,7 toneladas-força distribuídas pelos pilares. Não se compara diretamente com os 193 kN do impacto frontal: são caminhos de carga diferentes, e o teto tem bem menos material. O número serve para não tratar o capotamento como um caso ‘leve’ só porque a velocidade vertical é menor.

Erro comum a evitar. Usar 3 × 900 = 2 700 N, esquecendo g, o que subestimaria a carga por um fator 9,81.

9.25. Curso extra de cinto e airbag no ocupante (Desafio)

Enunciado. Além dos 0,45 m de deformação da estrutura, cinto e airbag acrescentam 0,10 m de curso ao ocupante (dado de exemplo). Qual é a desaceleração média do ocupante, comparada aos 21,8 g do veículo no exercício 9.1?

Conceito. O sistema de retenção não só segura: ele compra curso. Cada centímetro entre o peito e o fim do airbag dilui o pulso do ocupante abaixo do pulso da carroceria.

Fórmula. `a_oc = (v²)/(2 (s + s_ret))`

De onde vem. O curso total de ride-down do ocupante é o da estrutura mais o do sistema de retenção. A cinemática é a mesma do exercício 9.1, com s efetivo maior. O oposto da folga do exercício 9.16.

Resolução

1. **Curso total.** s_oc = 0,45 + 0,10 = 0,55 m.
2. **Desaceleração.** a_oc = 192,9 / 1,10 = 175,4 m/s² = 17,9 g, 3,9 g abaixo do veículo.

Resposta. a_oc = 17,9 g, 3,9 g abaixo dos 21,8 g do veículo.

Interpretação. Dez centímetros de cinto e airbag valem quase 4 g no peito — comparáveis a alongar a frente de 0,45 m para 0,55 m, sem mexer no balanço dianteiro. É por isso que a retenção é parte da segurança estrutural, não um acessório que se soma depois.

Erro comum a evitar. Subtrair 0,10 m do curso (como no exercício 9.16, que era folga, não curso útil) e subir o pulso no lugar de baixá-lo.

9.26. Compatibilidade de altura dos para-choques (Desafio)

Enunciado. O para-choque do up! atua numa faixa de 0,15 m centrada a 0,45 m do solo. O do outro veículo, numa faixa de 0,15 m centrada a 0,70 m (dados de exemplo). Há sobreposição vertical das duas zonas deformáveis?

Conceito. Se as zonas deformáveis não se encontram, a frente ‘passa por baixo’ ou ‘sobe por cima’ e o caminho de carga projetado não trabalha. A compatibilidade não é só de massa (exercício 9.3): é também de altura.

Fórmula. `sobreposição = min(z_sup,1 , z_sup,2) − max(z_inf,1 , z_inf,2)`

De onde vem. Cada faixa vai de z − h/2 a z + h/2. A sobreposição é o comprimento comum das duas faixas; se der negativa, elas não se tocam.

Resolução

1. **Faixas.** up!: 0,375 a 0,525 m. Outro: 0,625 a 0,775 m.
2. **Sobreposição.** min(0,525; 0,775) − max(0,375; 0,625) = 0,525 − 0,625 = −0,100 m. Não há sobreposição: faltam 100 mm.

Resposta. Não há sobreposição: as faixas se perdem por 100 mm.

Interpretação. O para-choque do up! termina em 0,525 m e o do outro só começa em 0,625 m. A longarina do city car passa por baixo da zona deformável do mais alto e encontra estrutura rígida — ou o vão da roda, ou o radiador. Massa à parte, essa incompatibilidade de altura é um dos piores cenários para o habitáculo baixo.

Erro comum a evitar. Comparar só os centros (0,45 e 0,70) e concluir que ‘a diferença é 0,25 m’, sem verificar se as faixas de 0,15 m ainda se tocam.

9.27. Repartição da energia do ocupante entre cinto e airbag (Desafio)

Enunciado. O ocupante de 75 kg do exercício 9.5 tem de perder a mesma velocidade de 50 km/h. Cinto e airbag repartem essa energia em 60 % e 40 % (dado de exemplo). Qual é a energia de cada um?

Conceito. A energia do ocupante é bem menor do que a do veículo, mas é ela que o sistema de retenção gerencia. Cinto e airbag se dividem o trabalho: o cinto segura cedo, o airbag distribui o restante numa área maior.

Fórmula. `E_oc = (1)/(2) m_oc v² , E_cinto = 0,60 E_oc`

De onde vem. A energia cinética do ocupante é ½ m_oc v². A fração de cada dispositivo é um dado de projeto deste exercício, não uma lei — na prática ela depende da folga, do limitador e do instantâneo de disparo.

Resolução

1. **Energia do ocupante.** E_oc = ½ × 75 × 192,9 = 7 234 J = 7,23 kJ.
2. **Repartição.** Cinto: 0,60 × 7,23 = 4,34 kJ. Airbag: 0,40 × 7,23 = 2,89 kJ.

Resposta. E_oc = 7,23 kJ, sendo 4,34 kJ no cinto e 2,89 kJ no airbag.

Interpretação. Sete quilojoules no ocupante são menos de um décimo dos 86,8 kJ do veículo — o resto fica na estrutura. Ainda assim, 4,3 kJ no cinto, num peito de poucos decímetros, pedem limitador de carga e airbag. O sistema de retenção trabalha com pouca energia absoluta e pouquíssimo curso.

Erro comum a evitar. Repartir os 86,8 kJ do veículo (52 kJ no cinto e 35 kJ no airbag), como se ocupante e carro tivessem a mesma energia para absorver.

9.28. Pulso no encosto num alcance traseiro (Desafio)

Enunciado. No alcance do exercício 9.14, o Δv do up! é 18,8 km/h. Se o encosto aplica esse Δv ao tronco em 80 ms, com pulso aproximadamente constante (dado de exemplo), qual é a desaceleração média do tronco?

Conceito. O chicote cervical começa quando o encosto empurra o tronco e a cabeça atrasasse. O primeiro número é o pulso do tronco, dado o Δv já calculado e o tempo em que o encosto 'chega'.

Fórmula. `a = Δv / t`

De onde vem. Com pulso constante, a = Δv / t. O Δv de 18,8 km/h é o do exercício 9.14; o tempo de 80 ms é um dado ilustrativo do contato com o encosto.

Resolução

1. **Δv.** Δv = 18,8 / 3,6 = 5,21 m/s.
2. **Desaceleração.** a = 5,21 / 0,080 = 65,1 m/s² = 6,6 g.

Resposta. a = 65 m/s² = 6,6 g.

Interpretação. Seis e meio g no tronco parecem poucos ao lado dos 22 g do frontal, mas o problema do alcance é o atraso da cabeça, não o pulso absoluto. Sem encosto na altura certa, a cabeça permanece e o pescoço vê um Δv relativo da ordem dos 5 m/s deste exercício.

Erro comum a evitar. Usar a = v² / (2s) com um curso inventado, ou converter 18,8 km/h em 18,8 m/s, o que inflaria o pulso para cerca de 24 g.

9.29. Pulso triangular: pico e duração (Desafio)

Enunciado. No lugar do pulso constante do exercício 9.1, admita um pulso triangular que começa e termina em zero, com a mesma velocidade de 50 km/h e o mesmo curso de 0,45 m. Qual é o pico de desaceleração e a duração total?

Conceito. Um pulso real sobe e desce. No triangular, o pico é maior do que a média do retângulo equivalente, e a duração se alonga, porque parte do tempo é gasta com força baixa.

Fórmula. `v = a_p t / 2 , s = v t / 3 , a_p = 2 v / t`

De onde vem. A área do triângulo é a variação de velocidade: v = a_p t / 2. Integrando de novo, o curso fica s = v t / 3. Isolando, t = 3s / v e a_p = 2 v / t = (2/3) v² / s.

Resolução

1. **Duração.** t = 3 × 0,45 / 13,89 = 1,35 / 13,89 = 0,0972 s (97 ms).
2. **Pico.** a_p = 2 × 13,89 / 0,0972 = 285,8 m/s² = 29,1 g, contra 21,8 g do pulso constante.

Resposta. t = 97 ms e a_p = 29,1 g, contra 21,8 g do pulso constante.

Interpretação. O pico sobe cerca de um terço (de 21,8 g para 29,1 g) e o choque dura 97 ms em vez de 65 ms. É um recado para a leitura de ensaios: a média do exercício 9.1 não é o que o ocupante vê no instante mais duro, e o HIC (exercício 9.19) sente exatamente esse pico.

Erro comum a evitar. Tomar o pico como o dobro dos 21,8 g (43,6 g), o que valeria se a duração fosse a mesma do retângulo; aqui a duração também muda, e o pico fica em (2/3) v² / s = (4/3) da média constante.

9.30. Folha do impacto frontal a 50 km/h (Desafio)

Enunciado. Feche a folha do up! de 900 kg a 50 km/h, com 0,45 m de curso: desaceleração média, duração, energia, altura equivalente, força média e carga num ocupante de 75 kg. Depois compare com o curso de 0,30 m e com o Δv contra o veículo de 1 500 kg parado do exercício 9.3.

Conceito. A segurança veicular deste bloco cabe numa folha: pulso, energia, força, ocupante, e duas sensibilidades — curso mais curto e compatibilidade de massas. Este exercício junta 9.1 a 9.6 e 9.3.

Fórmula. $a = (v^2)/(2s)$, $E = (1)/(2)\ m\ v^2$, $F = E / s$

De onde vem. São as fórmulas já usadas nos exercícios 9.1, 9.2, 9.4, 9.5, 9.6 e 9.3, reunidas na mesma folha e com os mesmos dados-base.

Resolução

1. **Pulso e energia em 0,45 m.** a = 214 m/s² = 21,8 g; t = 65 ms; E = 86,8 kJ; h = 9,83 m; F = 193 kN; F_oc = 16,1 kN.
2. **Curso de 0,30 m.** a = 32,8 g e t = 43 ms, como no exercício 9.6.
3. **Contra 1 500 kg parado.** Δv do up! = 31,3 km/h, 63 % do Δv da barreira rígida. A energia a absorver no par cai, mas a compatibilidade continua desfavorável ao mais leve.

Resposta. Em 0,45 m: 21,8 g, 65 ms, 86,8 kJ, 9,83 m, 193 kN e 16,1 kN no ocupante. Em 0,30 m: 32,8 g. Contra 1 500 kg parado: Δv = 31,3 km/h.

Interpretação. A folha fecha o bloco: a barreira rígida é o caso mais severo de Δv, o curso é a alavanca do pulso, e o ocupante vê uma fatia pequena da energia e toda a desaceleração. O que a arquitetura deixou de comprimento na frente (exercício 7.29) aparece aqui, em g e em milissegundos.

Erro comum a evitar. Misturar o Δv de 31,3 km/h com a energia de 86,8 kJ no mesmo cenário, como se a colisão contra o outro veículo ainda pedisse toda a energia da barreira rígida.

Simulação e Análise Estrutural (40 h)

10.1. Tensão axial e fator de segurança (Básico)

Enunciado. Uma barra de direção, de aço com tensão de escoamento 250 MPa, tem diâmetro 10 mm e sofre tração de 3 500 N (dados de exemplo). Calcule a tensão e o fator de segurança estático.

Conceito. A tensão axial é a força dividida pela área. O fator de segurança estático compara essa tensão com o escoamento: é o primeiro número que se exige de uma peça tracionada, antes de falar em fadiga ou em concentração.

Fórmula. $\sigma = (F)/(A)\ ,\ A = (\pi\ d^2)/(4)\ ,\ FS = (\sigma_e)/(\sigma)$

De onde vem. A área é a seção circular plena. A tensão é considerada uniforme na seção. O FS é a razão entre o escoamento e a tensão de trabalho.

Resolução

1. **Área.** $A = \pi \times (0{,}010)^2 / 4 = 7{,}854 \times 10^{-5}\ m^2$.
2. **Tensão.** $\sigma = 3\,500 / 7{,}854 \times 10^{-5} = 44{,}6$ MPa.
3. **Fator de segurança.** $FS = 250 / 44{,}6 = 5{,}61$.

Resposta. $\sigma = 44{,}6$ MPa; $FS = 5{,}61$.

Interpretação. Cinco inteiros e sessenta e um é folgado para um caso estático puro. Na barra de direção, porém, a carga não é só tração estática: há ciclo, flexão e rasgo nos olhos. Este FS é o piso, não o projeto pronto.

Erro comum a evitar. Usar o diâmetro no lugar do raio na área ($A = \pi \times 0{,}010^2$, quatro vezes maior) e obter 11,1 MPa, com um FS irrealisticamente alto.

10.2. Flecha e tensão em um consolo (Básico)

Enunciado. Um suporte em balanço de aço (E = 210 GPa, σ_e = 250 MPa) tem seção 20 mm × 20 mm, comprimento 200 mm e carga de ponta 800 N (dados de exemplo). Calcule a flecha na ponta, a tensão máxima na raiz e o fator de segurança.

Conceito. O consolo é o caso mais comum de suporte: a flecha vai com L^3 e a tensão com o momento na raiz. Os dois números precisam fechar juntos — uma peça rígida demais ainda pode escoar, e o contrário também acontece.

Fórmula. $\delta = (F\ L^3)/(3\ E\ I)\ ,\ \sigma = (M\ y)/(I)\ ,\ I = (b\ h^3)/(12)$

De onde vem. I é o momento de inércia da seção retangular em torno do eixo de flexão. A flecha de ponta do engaste perfeito é $F\ L^3 / (3\ E\ I)$. A tensão máxima está na raiz, com $M = F\ L$ e $y = h/2$.

Resolução

1. **Inércia da seção.** $I = 0{,}020 \times (0{,}020)^3 / 12 = 1{,}333 \times 10^{-8}\ m^4$.
2. **Flecha.** $\delta = 800 \times (0{,}200)^3 / (3 \times 2{,}10\times10^{11} \times 1{,}333\times10^{-8}) = 0{,}0064 / 8{,}40 = 0{,}762$ mm.
3. **Tensão na raiz.** $M = 800 \times 0{,}200 = 160$ N·m. $y = 10$ mm. $\sigma = 160 \times 0{,}010 / 1{,}333\times10^{-8} = 120$ MPa. $FS = 250 / 120 = 2{,}08$.

Resposta. $\delta = 0{,}76$ mm; $\sigma_{máx} = 120$ MPa; $FS = 2{,}08$.

Interpretação. Menos de um milímetro de flecha parece rígido, e o FS = 2,08 passa de um alvo estático apertado. Ainda assim, 120 MPa já é quase metade do escoamento: se a carga tiver choque ou ciclo, este suporte pede revisão, não aprovação automática.

Erro comum a evitar. Usar y = 20 mm (a altura inteira) e dobrar a tensão para 240 MPa, ou esquecer o 3 no denominador da flecha, o que a triplicaria.

10.3. Ler um resultado de elementos finitos (Básico)

Enunciado. Uma análise estática de um suporte de alumínio 6061-T6 (σ_e ≈ 275 MPa, valor de exemplo) mostra tensão equivalente de von Mises máxima de 180 MPa, em uma quina viva com malha ainda grossa. O que você conclui e o que faria depois?

Conceito. O número que o software pinta na quina não é, automaticamente, a tensão real. Canto vivo é uma singularidade numérica: quanto mais se refina a malha, mais o pico tende a subir, até o arredondamento real da peça impor o valor.

Fórmula. `FS_aparente = σ_e / σ_eq`

De onde vem. O FS aparente é só a razão entre o escoamento e o pico reportado. Ele serve de alerta, não de aprovação, enquanto a malha, o raio e os apoios não tiverem sido revistos.

Resolução

1. **Fator aparente.** FS aparente = 275 / 180 = 1,53. Em um cálculo estático simples isso até passa de 1, mas é apertado para peça com concentração de tensão.
2. **Malha e singularidade.** Quina viva concentra tensão; com malha mais fina o pico tende a subir. Antes de aceitar o número, refine a malha e arredonde o canto no CAD, que é o que a peça real teria.
3. **Condições de contorno.** Confira se os apoios e as cargas representam o uso (parafuso, contato, folga). Um engaste rígido demais infla a tensão local.

Resposta. O FS aparente é 1,53, ainda preliminar. Refine a malha, arredonde a quina e revise os apoios antes de liberar a peça; o pico de von Mises em canto vivo não deve ser lido como tensão real.

Interpretação. 1,53 não reprova nem aprova: só diz que não há folga para ignorar a quina. O simulador, ao subir o fator de refino, imita o que uma malha mais fina costuma fazer no canto vivo — o pico cresce e o FS cai. O passo seguinte é geométrico (um raio) e de malha, não trocar o material na primeira tela.

Erro comum a evitar. Aprovar a peça com FS = 1,53 porque ‘é maior que 1’, ou reprová-la em definitivo com o pico da malha grossa, sem arredondar o canto nem convergir a malha.

10.4. Diâmetro para um FS estático de 3,0 (Básico)

Enunciado. A barra do exercício 10.1 (F = 3 500 N, σ_e = 250 MPa) precisa de fator de segurança estático 3,0. Qual é o menor diâmetro que atende?

Conceito. Dimensionar é o inverso do exercício 10.1: parte-se do FS desejado, obtém-se a tensão admissível e, daí, a área e o diâmetro.

Fórmula. $\sigma_{adm} = \sigma_e / FS$, $d = \sqrt{(4\,F / (\pi\,\sigma_{adm}))}$

De onde vem. σ_adm = σ_e / FS é a maior tensão de trabalho aceitável. A área mínima é F / σ_adm, e o diâmetro segue da seção circular.

Resolução

1. **Tensão admissível.** σ_adm = 250 / 3,0 = 83,33 MPa.
2. **Área e diâmetro.** A = 3 500 / 8,333×10⁷ = 4,200 × 10⁻⁵ m². d = √(4 A / π) = 7,31 mm.

Resposta. d_mín = 7,31 mm.

Interpretação. O 10 mm original (FS = 5,61) estava folgado para o critério estático 3,0. Um 8 mm comercial já atenderia este piso. A escolha final ainda depende de rosca, rasgo, flambagem se houver compressão, e fadiga — o 7,31 mm é o mínimo desta conta, não o desenho.

Erro comum a evitar. Escalar o diâmetro de 10 mm por 3,0/5,61 = 0,53 e obter 5,3 mm, como se a tensão caísse com d e não com d².

10.5. Cisalhamento médio num parafuso (Básico)

Enunciado. Um parafuso de 8 mm de diâmetro de raiz transmite 3 500 N em cisalhamento simples (dados de exemplo). Qual é a tensão de cisalhamento média? Com τ_e = 250 / √3 = 144 MPa (critério de von Mises no escoamento), qual é o FS?

Conceito. No parafuso que trabalha ao corte, a primeira conta é a tensão média F/A. O escoamento ao cisalhamento, pelo critério de von Mises, é σ_e / √3, cerca de 0,577 do escoamento à tração.

Fórmula. $\tau = (F)/(A)$, $FS = (\tau_e)/(\tau)$, $\tau_e = \sigma_e / \sqrt{(3)}$

De onde vem. A área é a seção da raiz, em corte simples (um único plano). O τ_e de von Mises vem de igualar a tensão equivalente ao escoamento uniaxial.

Resolução

1. **Área e tensão.** A = π × (0,008)² / 4 = 5,027 × 10⁻⁵ m². τ = 3 500 / 5,027×10⁻⁵ = 69,6 MPa.
2. **FS.** τ_e = 250 / 1,732 = 144,3 MPa. FS = 144,3 / 69,6 = 2,07.

Resposta. τ = 69,6 MPa; FS = 2,07.

Interpretação. FS = 2,07 é parecido com o do consolo do exercício 10.2, mas agora em corte. Em corte duplo (dois planos, típico de uma forquilha), a tensão cairia à metade e o FS dobraria — uma decisão de arquitetura da junta, não só de diâmetro.

Erro comum a evitar. Usar τ_e = 250 MPa, como se o escoamento ao corte fosse igual ao de tração, e reportar FS = 3,59, otimista demais.

10.6. Tensão de torção em um eixo maciço (Básico)

Enunciado. Um eixo maciço de 20 mm de diâmetro transmite um torque de 50 N·m (dados de exemplo). Qual é a tensão de cisalhamento máxima na periferia?

Conceito. Na torção elástica de um eixo circular, a tensão é máxima na borda e nula no centro. A fórmula 16 T / (π d³) já incorpora o módulo de resistência à torção.

Fórmula. `τ = (16 T)/(π d³)`

De onde vem. τ = T r / J, com J = π d⁴ / 32 e r = d/2, se reduz a 16 T / (π d³). A tensão é de cisalhamento, no plano da seção e no longitudinal.

Resolução

1. **Calcular.** d³ = (0,020)³ = 8,00 × 10⁻⁶ m³. τ = 16 × 50 / (π × 8,00×10⁻⁶) = 800 / 2,513×10⁻⁵ = 31,8 MPa.

Resposta. τ_máx = 31,8 MPa.

Interpretação. Trinta e dois megapascais são tranqüilos para um aço de 250 MPa (τ_e ≈ 144 MPa, FS ≈ 4,5). O eixo de 20 mm, neste torque, está folgado em estático; o que costuma mandar é a fadiga por torção alternada, ou um entalhe de chaveta.

Erro comum a evitar. Usar 32 T / (π d³) ou esquecer de converter 20 mm em 0,020 m, o que deslocaria o resultado por três ordens de grandeza.

10.7. Alongamento elástico da barra tracionada (Básico)

Enunciado. A barra do exercício 10.1 tem 300 mm de comprimento útil e E = 210 GPa. Qual é o alongamento elástico sob os 3 500 N?

Conceito. Além da tensão, a peça se deforma: δ = F L / (A E). Numa barra de direção, esse alongamento é folga no mecanismo, não só um número de resistência.

Fórmula. `δ = (F L)/(A E)`

De onde vem. A lei de Hooke uniaxial, ε = σ / E, multiplicada pelo comprimento, dá o alongamento. σ e A já vieram do exercício 10.1.

Resolução

1. **Substituir.** δ = 3 500 × 0,300 / (7,854×10⁻⁵ × 2,10×10¹¹) = 1 050 / 1,649×10⁷ = 6,37 × 10⁻⁵ m = 0,064 mm.

Resposta. δ = 0,064 mm.

Interpretação. Seis centésimos de milímetro são pouco para o olho e, em geral, aceitáveis numa barra curta. Se o comprimento fosse 1 m, o alongamento passaria de 0,21 mm e já poderia se sentir no volante. Resistência (FS = 5,61) e rigidez não se recusam mutuamente, mas também não se substituem.

Erro comum a evitar. Usar δ = F L / E, sem a área, ou trabalhar E em MPa sem converter, o que deslocaria o resultado por várias casas.

10.8. Módulo de resistência da seção do consolo (Básico)

Enunciado. Para a seção 20 mm × 20 mm do exercício 10.2, calcule o módulo de resistência W = I / y e o momento que atinge o escoamento de 250 MPa.

Conceito. O módulo de resistência resume a seção: M = σ W. Ele diz, num único número, que momento a geometria aguenta antes de escoar na fibra extrema.

Fórmula. $W = I / y = (b\ h^2)/(6)\ ,\ M_e = \sigma_e\ W$

De onde vem. Com I = b h³ / 12 e y = h/2, W cai para b h² / 6. O momento de início de escoamento é σ_e vezes W.

Resolução

1. **W.** W = 0,020 × (0,020)² / 6 = 1,333 × 10^{-6} m³ = 1 333 mm³.
2. **Momento de escoamento.** M_e = 250×10^{6} × 1,333×10^{-6} = 333 N·m. No exercício 10.2, M = 160 N·m, daí o FS = 333/160 = 2,08, o mesmo de lá.

Resposta. W = 1 333 mm³; M_e = 333 N·m.

Interpretação. Subir h rende W com o quadrado da altura, e I com o cubo: o jeito mais eficiente de reforçar o consolo é engrossá-lo na direção da flexão, não alargá-lo. É o mesmo recado que a inércia do exercício 10.2 já dava, agora num único módulo.

Erro comum a evitar. Calcular W = I / h (usar a altura inteira no lugar de h/2) e obter metade do módulo, 667 mm³.

10.9. Carga crítica de Euler em uma haste comprimida (Básico)

Enunciado. Uma haste de aço de 10 mm de diâmetro e 400 mm de comprimento, articulada nas duas pontas, é comprimida (E = 210 GPa). Qual é a carga crítica de Euler? Comparada aos 3 500 N do exercício 10.1, há folga contra a flambagem?

Conceito. Uma barra que aguenta 3 500 N à tração pode falhar à compressão por flambagem, muito antes de escoar. A carga de Euler é o primeiro corte para hastes esbeltas.

Fórmula. $P_{cr} = (\pi^2\ E\ I)/(L^2)\ ,\ I = (\pi\ d^4)/(64)$

De onde vem. A fórmula clássica de Euler vale para coluna biarticulada, material elástico e eixo geometicamente perfeito. I é o momento de inércia da seção circular.

Resolução

1. **Inércia.** I = π × (0,010)⁴ / 64 = 4,909 × 10^{-10} m⁴.
2. **Carga crítica.** P_cr = π² × 2,10×10^{11} × 4,909×10^{-10} / (0,400)² = 1 017 / 0,160 = 6 358 N.
3. **Folga.** FS_flambagem = 6 358 / 3 500 = 1,82, bem menor do que o FS = 5,61 à tração.

Resposta. P_cr = 6 358 N; FS de flambagem = 1,82.

Interpretação. A mesma haste que tinha FS = 5,61 à tração fica com 1,82 à compressão. Em 400 mm, a flambagem manda, não o escoamento (P_esc = 250 MPa × 78,5 mm² = 19,6 kN, bem acima). Por isso se pergunta o sentido da carga antes de copiar o diâmetro do exercício 10.1.

Erro comum a evitar. Usar L no lugar de L², ou I = π d⁴ / 32 (o J de torção), o que dobraria a carga crítica.

10.10. Tensão equivalente de von Mises (Básico)

Enunciado. Num ponto da peça atuam $\sigma_x = 120$ MPa, $\sigma_y = 0$ e $\tau_{xy} = 40$ MPa (dados de exemplo). Qual é a tensão equivalente de von Mises e o FS em relação a $\sigma_e = 250$ MPa?

Conceito. Quando há tração e cisalhamento juntos, não se compara cada um isoladamente com o escoamento. Von Mises reúne o estado plano numa tensão equivalente, comparável a σ_e.

Fórmula. $\sigma_{eq} = \sqrt{(\sigma_x^2 - \sigma_x \sigma_y + \sigma_y^2 + 3\,\tau_{xy}^2)}$

De onde vem. A forma do estado plano sai da invariante desviadora. Com $\sigma_y = 0$, reduz-se a $\sqrt{(\sigma_x^2 + 3\,\tau^2)}$. O FS é σ_e / σ_{eq}.

Resolução

1. **Equivalente.** $\sigma_{eq} = \sqrt{(120^2 + 3 \times 40^2)} = \sqrt{(14\,400 + 4\,800)} = \sqrt{19\,200} = 138{,}6$ MPa.
2. **FS.** FS = 250 / 138,6 = 1,80.

Resposta. $\sigma_{eq} = 138{,}6$ MPa; FS = 1,80.

Interpretação. Só a flexão de 120 MPa daria FS = 2,08, como no exercício 10.2. Os 40 MPa de cisalhamento baixam o FS para 1,80. Estados combinados ‘comem’ folga que a tensão normal sozinha ainda mostrava — é o recado para eixos e consoles com torque.

Erro comum a evitar. Somar 120 + 40 = 160 MPa, ou usar $\sqrt{(120^2 + 40^2)} = 126$ MPa, esquecendo o fator 3 que pesa o cisalhamento no critério.

10.11. Tração e flexão combinadas na barra (Intermediário)

Enunciado. Além dos 3 500 N de tração do exercício 10.1, a barra de 10 mm sofre um momento fletor de 15 N·m (dado de exemplo). Qual é a tensão máxima na fibra extrema e o FS em relação a 250 MPa?

Conceito. A tração se soma à flexão na fibra mais tracionada. Um momento que parece pequeno, num diâmetro de 10 mm, pode superar a tensão axial e comer o FS folgado do exercício 10.1.

Fórmula. $\sigma_{máx} = (F)/(A) + (M\,y)/(I)\ ,\ I = (\pi\,d^4)/(64)$

De onde vem. A superposição elástica soma a tensão uniforme F/A com a flexão My/I, máxima em y = d/2. I é o da seção circular, o mesmo do exercício 10.9.

Resolução

1. **Parcela axial.** $\sigma_N = 44{,}6$ MPa, já calculada no exercício 10.1.
2. **Parcela de flexão.** $I = 4{,}909 \times 10^{-10}$ m⁴. $\sigma_M = 15 \times 0{,}005 / 4{,}909 \times 10^{-10} = 152{,}8$ MPa.
3. **Máximo e FS.** $\sigma_{máx} = 44{,}6 + 152{,}8 = 197{,}4$ MPa. FS = 250 / 197,4 = 1,27.

Resposta. $\sigma_{máx} = 197$ MPa; FS = 1,27.

Interpretação. O momento de 15 N·m — 3 500 N com 4 mm de excentricidade — vale mais do que o triplo da tração pura e derruba o FS de 5,61 para 1,27. Em barra de direção, o alinhamento e a flexão importam tanto quanto a área da seção.

Erro comum a evitar. Somar os dois esforços (3 500 N + 15 N·m) sem reduzir cada um à tensão, ou usar I de retângulo no lugar do circular.

10.12. Rigidez de ponta do consolo (Intermediário)

Enunciado. Qual é a rigidez de ponta k = F / δ do consolo do exercício 10.2? Confira com k = 3 E I / L³.

Conceito. A rigidez é o que a peça ‘parece’ no veículo: quantos newtons para um milímetro de flecha. No consolo, ela cai com o cubo do comprimento — um suporte um pouco mais longo amolece depressa.

Fórmula. `k = F / δ = 3 E I / L³`

De onde vem. Invertendo a flecha δ = F L³ / (3 E I) obtém-se a rigidez de ponta. Os dois caminhos — F/δ numérico e a fórmula — precisam fechar.

Resolução

1. **Pela flecha já calculada.** k = 800 / 0,000762 = 1,050 × 10^6 N/m = 1 050 N/mm.
2. **Pela fórmula.** k = 3 × 2,10×10^{11} × 1,333×10^{-8} / (0,200)³ = 8 400 / 0,008 = 1,050 × 10^6 N/m. Fecha.

Resposta. k = 1 050 N/mm.

Interpretação. Mil newtons por milímetro: o suporte é rígido para a carga de 800 N (0,76 mm). Se L subir 25 %, k cai a 1/1,25³ = 0,51 do valor — quase à metade. Comprimento é a variável mais cara da rigidez, e a mais barata de errar no layout.

Erro comum a evitar. Calcular k = 3 E I / L², ou reportar 1,05 N/mm, errando a conversão de 1,05×10^6 N/m.

10.13. Concentração de tensão num entalhe (Intermediário)

Enunciado. A tensão nominal numa seção entalhada é 80 MPa e o fator teórico de concentração é K_t = 2,2 (dados de exemplo). Qual é a tensão máxima elástica e o FS aparente em relação a 250 MPa?

Conceito. O entalhe — furo, ressalto, quina — multiplica a tensão nominal. K_t é o primeiro aviso de que a média da seção não é o que a peça vê no fundo do raio, o mesmo espírito do exercício 10.3.

Fórmula. `σ_máx = K_t · σ_nom , FS = σ_e / σ_máx`

De onde vem. Por definição, K_t é a razão entre o pico elástico e a tensão nominal da seção líquida. O FS aparente compara esse pico com o escoamento, ainda sem fator de fadiga.

Resolução

1. **Pico.** σ_máx = 2,2 × 80 = 176 MPa.
2. **FS.** FS = 250 / 176 = 1,42.

Resposta. σ_máx = 176 MPa; FS aparente = 1,42.

Interpretação. Sem o entalhe, 80 MPa dariam FS = 3,13. Com K_t = 2,2, o FS cai a 1,42 — pior do que o pico bruto do exercício 10.3. Um raio maior, que baixe K_t para 1,6, devolveria FS = 1,95. Geometria local rende mais, aqui, do que trocar o aço.

Erro comum a evitar. Dividir 80 / 2,2, como se K_t aliviasse a tensão, o contrário do que o fator faz.

10.14. Fator de segurança de Soderberg (Intermediário)

Enunciado. Um ponto sofre tensão alternada σ_a = 60 MPa e média σ_m = 40 MPa. O limite de fadiga é S_e = 120 MPa e o escoamento é 250 MPa (dados de exemplo). Qual é o FS pelo critério de Soderberg?

Conceito. Na fadiga com média não nula, a parcela alternada come o limite de fadiga e a parcela média come o escoamento. Soderberg traça a reta entre esses dois pontos e lê o FS sobre ela.

Fórmula. `(σ_a)/(S_e) + (σ_m)/(σ_e) = (1)/(FS)`

De onde vem. O critério de Soderberg é a reta que liga (σ_m, σ_a) = (σ_e, 0) a (0, S_e), no plano de Goodman. O ponto de trabalho, escalado por FS, recai sobre essa reta.

Resolução

1. **Parcelas.** σ_a / S_e = 60 / 120 = 0,500. σ_m / σ_e = 40 / 250 = 0,160.
2. **FS.** 1/FS = 0,660, logo FS = 1,52.

Resposta. FS = 1,52.

Interpretação. Se houvesse só a parcela alternada, FS = 120/60 = 2,00. A média de 40 MPa come 0,48 de fator. É um recado típico de suspensão e de eixo: o pré-carregamento ou o peso estático não ‘somam’ em megapascal direto, mas reduzem a folga de fadiga.

Erro comum a evitar. Somar 60 + 40 = 100 MPa e fazer 120/100 = 1,20, misturando média e alternada no mesmo denominador, ou usar σ_e no lugar de S_e para a parcela alternada.

10.15. Tubo de parede fina sob pressão interna (Intermediário)

Enunciado. Um tubo de alumínio de raio médio 40 mm e parede 2,0 mm contém pressão interna de 2,0 MPa (dados de exemplo, tampa fechada). Calcule as tensões de aro e longitudinal e a tensão de von Mises. Com σ_e = 275 MPa, qual é o FS?

Conceito. Em vaso de parede fina, a tensão de aro é o dobro da longitudinal. Von Mises reúne as duas, e o FS sai bem diferente de olhar só o aro contra o escoamento.

Fórmula. `σ_h = (p r)/(t) , σ_l = (p r)/(2 t) , σ_eq = √(σ_h² − σ_h σ_l + σ_l²)`

De onde vem. O equilíbrio de uma meia-seção dá σ_h = p r / t. Com as tampas, a força axial p π r² se reparte pela coroa 2 π r t, daí σ_l = p r / (2 t). Von Mises no estado plano (σ_3 ≈ 0 neste corte) reduz-se à fórmula acima.

Resolução

1. **Tensões de membrana.** σ_h = 2,0 × 40 / 2,0 = 40 MPa. σ_l = 20 MPa.
2. **Von Mises e FS.** σ_eq = √(40² − 40×20 + 20²) = √1 200 = 34,6 MPa. FS = 275 / 34,6 = 7,94.

Resposta. σ_h = 40 MPa, σ_l = 20 MPa, σ_eq = 34,6 MPa; FS = 7,94.

Interpretação. O aro sozinho contra 275 MPa daria FS = 6,88; von Mises, por levar em conta o estado biaxial, folga um pouco (7,94). O tubo está folgado em estático — o que costuma mandar, num reservatório, é o gancho, a solda e a fadiga de pressão cíclica, não a membrana média.

Erro comum a evitar. Usar σ = p r / (2 t) também no aro (a fórmula de esfera), subestimando a tensão principal de um tubo em 50 %.

10.16. Convergência de malha num pico de von Mises (Intermediário)

Enunciado. O pico de von Mises no suporte do exercício 10.3, com quatro malhas sucessivamente mais finas, valeu 180, 210, 225 e 230 MPa (dados de exemplo). A série parece convergida? Qual seria o FS aparente com o último valor, σ_e = 275 MPa?

Conceito. Convergência de malha não é ‘rodar de novo’: é olhar se o pico ainda anda quando o elemento diminui. Uma série que desacelera sugere que se está perto; uma que dispara, em canto vivo, sugere singularidade.

Fórmula. `e_rel = (σ_atual − σ_anterior) / σ_atual , FS = σ_e / σ_final`

De onde vem. A variação relativa entre duas malhas seguidas é um indicador prático de convergência. Abaixo de alguns por cento, e com geometria arredondada, o pico já é útil para o FS.

Resolução

1. **Variações relativas.** De 180 para 210: +16,7 %. De 210 para 225: +6,7 %. De 225 para 230: +2,2 %. A série desacelera.
2. **FS aparente.** FS = 275 / 230 = 1,20, bem mais apertado do que o 1,53 da malha grossa.

Resposta. A última variação é de 2,2 %; a série desacelera, mas o FS aparente cai para 1,20. Ainda é cedo para liberar a peça sem arredondar a quina.

Interpretação. A malha grossa (180 MPa, FS = 1,53) era otimista. Quatro passos depois o pico já está em 230 MPa. A desaceleração é um bom sinal, mas 1,20 continua apertado para um canto que, se for vivo, ainda pode subir. O exercício 10.3 pedia isso: não assinar o primeiro retrato.

Erro comum a evitar. Levar a média dos quatro picos (211 MPa) como ‘valor convergido’, misturando malhas ruins e boas no mesmo número.

10.17. Consolo 25 % mais longo (Intermediário)

Enunciado. O consolo do exercício 10.2 passa de 200 mm para 250 mm, com a mesma seção e a mesma carga de 800 N. Quais ficam a flecha, a tensão na raiz e o FS?

Conceito. A flecha vai com L^3 e a tensão com L. Alongar o suporte 25 % no layout, sem mexer na seção, é uma das maneiras mais rápidas de perder rigidez e fator de segurança ao mesmo tempo.

Fórmula. $\delta \propto L^3$, $\sigma \propto L$

De onde vem. Em $\delta = F L^3 / (3 E I)$, só L muda, daí o fator $(250/200)^3$. Em $\sigma = F L y / I$, o fator é 250/200.

Resolução

1. **Razão de comprimentos.** $L_2 / L_1 = 1{,}25$. $(1{,}25)^3 = 1{,}953$.
2. **Novos valores.** $\delta = 0{,}762 \times 1{,}953 = 1{,}49$ mm. $\sigma = 120 \times 1{,}25 = 150$ MPa. FS = 250 / 150 = 1,67.

Resposta. $\delta = 1{,}49$ mm; $\sigma = 150$ MPa; FS = 1,67.

Interpretação. Cinquenta milímetros a mais quase dobram a flecha (0,76 para 1,49 mm) e comem 0,41 de FS. Se o layout exigir esse alcance, a seção precisa crescer — de preferência em h, como o exercício 10.8 já mostrou — e não apenas ‘aceitar’ o novo número.

Erro comum a evitar. Escalar flecha e tensão pelo mesmo 1,25, obtendo 0,95 mm e 150 MPa, como se as duas leis fossem lineares.

10.18. Inércia de um quadrado e de um círculo de mesma área (Intermediário)

Enunciado. Compare o momento de inércia de flexão da seção 20 mm × 20 mm do exercício 10.2 com o de um círculo de mesma área, 400 mm². Qual seção é mais rígida à flexão?

Conceito. Com a mesma quantidade de material, a forma decide a inércia. O quadrado, com mais material longe do eixo médio do que o círculo inscrito na mesma área, leva uma pequena vantagem nesta comparação.

Fórmula. $I_{quad} = (b\ h^3)/(12)$, $I_{circ} = (\pi\ d^4)/(64)$, $A = \pi\ d^2 / 4$

De onde vem. A área do quadrado é 400 mm². O círculo de mesma área tem $d = \sqrt{(4\ A / \pi)}$. Os I se comparam em torno de um eixo centroidal.

Resolução

1. **Quadrado.** $I_{quad} = 20 \times 20^3 / 12 = 13\,333$ mm⁴.
2. **Círculo de mesma área.** $d = \sqrt{(4 \times 400 / \pi)} = 22{,}57$ mm. $I_{circ} = \pi \times (22{,}57)^4 / 64 = 12\,720$ mm⁴.
3. **Razão.** $I_{quad} / I_{circ} = 1{,}048$, cerca de 5 % a favor do quadrado.

Resposta. $I_{quad} = 13\,333$ mm⁴ e $I_{circ} = 12\,720$ mm⁴; o quadrado é cerca de 5 % mais rígido à flexão.

Interpretação. Cinco por cento não justificam, sozinhos, trocar um eixo circular por um quadrado. O círculo, porém, ganha em torção e não tem direção fraca: I é o mesmo em qualquer eixo. A escolha é de função (eixo, consolo, tubo), não de um único I máximo.

Erro comum a evitar. Comparar o círculo inscrito no quadrado (d = 20 mm, I = 7 854 mm⁴) e concluir que o quadrado é ‘quase o dobro’, uma comparação que não mantém a mesma área.

10.19. Pressão de apoio em um pino (Intermediário)

Enunciado. A força de 3 500 N do exercício 10.1 atravessa um pino de 10 mm de diâmetro numa orelha de 8 mm de espessura (dados de exemplo). Qual é a pressão de apoio média?

Conceito. Além de cortar o pino (exercício 10.5), a força esmaga a parede do furo. A pressão de apoio média é F / (d t), a área projetada do cilindro, e é ela que ovaliza o furo.

Fórmula. $\sigma_{apoio} = (F)/(d\ t)$

De onde vem. A área projetada do contato cilíndrico é o retângulo d vezes t, não a área lateral π d t / 2. A pressão real não é uniforme, mas a média já dimensiona o furo.

Resolução

1. **Calcular.** $\sigma_{apoio} = 3\,500 / (0{,}010 \times 0{,}008) = 3\,500 / 8{,}00 \times 10^{-5} = 43{,}8$ MPa.

Resposta. $\sigma_{apoio} = 43{,}8$ MPa.

Interpretação. Quase a mesma ordem da tração na barra (44,6 MPa). Se a orelha for de alumínio ($\sigma_e \approx 275$ MPa, mas com apoio admissível bem mais baixo em muitos manuais), 44 MPa já pedem olho. Engrossar a orelha ou aumentar o diâmetro baixa essa pressão linearmente, ao contrário da tensão de corte, que cai com d².

Erro comum a evitar. Usar a área lateral π d t / 2, ou a área do círculo π d² / 4, nenhuma das duas é a área projetada de apoio.

10.20. Tensão térmica em barra impedida (Intermediário)

Enunciado. A barra de aço do exercício 10.1, com as pontas impedidas de se aproximar ou se afastar, sofre um aquecimento de 40 °C ($\alpha = 12 \times 10^{-6}$ /°C, E = 210 GPa, dados de exemplo). Qual é a tensão de compressão que aparece, e o FS em relação a 250 MPa?

Conceito. Quando a dilatação não pode ocorrer, a peça se comprime exatamente o que ela gostaria de crescer. A tensão térmica $E\,\alpha\,\Delta T$ independe do comprimento e, neste número, já é uma boa fatia do escoamento.

Fórmula. $\sigma_T = E\,\alpha\,\Delta T$

De onde vem. A dilatação livre seria $\delta_{livre} = \alpha L \Delta T$. A força que devolve esse δ é a da lei de Hooke, $\sigma = E\,\delta / L = E\,\alpha\,\Delta T$. O L se cancela: barras curtas e longas, se totalmente impedidas, vêem a mesma tensão.

Resolução

1. **Tensão.** $\sigma_T = 210\times10^{3}$ MPa $\times\ 12\times10^{-6} \times 40 = 100{,}8$ MPa (compressão).
2. **FS.** FS = 250 / 100,8 = 2,48, só por temperatura, ainda sem a carga de 3 500 N.

Resposta. σ_T = 101 MPa (compressão); FS = 2,48, ainda sem a carga mecânica.

Interpretação. Cem megapascais só de temperatura, numa barra que já trabalhava a 45 MPa de tração: se o aquecimento vier com a carga, os sinais podem se opor ou se somar, conforme o sentido. E, em compressão, volta o exercício 10.9: a flambagem pode chegar antes do escoamento. Dilatação impedida não é um detalhe de laboratório.

Erro comum a evitar. Multiplicar $E\,\alpha\,\Delta T$ ainda por L, como se a tensão dependesse do comprimento, ou usar E em GPa sem converter (σ = 0,101 MPa, cem vezes menor).

10.21. Tensões principais e círculo de Mohr (Desafio)

Enunciado. No estado do exercício 10.10 ($\sigma_x = 120$ MPa, $\sigma_y = 0$, $\tau_{xy} = 40$ MPa), calcule as tensões principais e o cisalhamento máximo. Compare o FS pelo máximo principal com o de von Mises, para $\sigma_e = 250$ MPa.

Conceito. O círculo de Mohr gira o elemento até anular o cisalhamento. Os extremos da normal são as tensões principais, e o raio é o cisalhamento máximo. O FS de máximo principal e o de von Mises não coincidem.

Fórmula. $\sigma_{1,2} = \sigma_x / 2 \pm \sqrt{((\sigma_x / 2)^2 + \tau_{xy}^2)}$

De onde vem. Com $\sigma_y = 0$, o centro do círculo está em $\sigma_x / 2$ e o raio é a raiz de $(\sigma_x / 2)^2 + \tau^2$. Os principais são centro ± raio. O τ máximo é o próprio raio.

Resolução

1. **Centro e raio.** Centro = 60 MPa. Raio = $\sqrt{(60^2 + 40^2)} = \sqrt{5\,200} = 72{,}1$ MPa.
2. **Principais.** $\sigma_1 = 60 + 72{,}1 = 132{,}1$ MPa. $\sigma_2 = 60 - 72{,}1 = -12{,}1$ MPa. $\tau_{máx} = 72{,}1$ MPa.
3. **Fatores.** FS por máximo principal = 250 / 132,1 = 1,89. FS de von Mises (exercício 10.10) = 1,80.

Resposta. $\sigma_1 = 132$ MPa, $\sigma_2 = -12$ MPa, $\tau_{máx} = 72$ MPa. $FS_{principal} = 1{,}89$; $FS_{vonMises} = 1{,}80$.

Interpretação. O máximo principal é mais otimista (1,89 contra 1,80) porque ignora o invariante que von Mises usa para o escoamento dúctil. Em aço, fica-se com von Mises; o círculo continua indispensável para ver os planos e o cisalhamento máximo (72 MPa, quase o dobro dos 40 MPa aplicados).

Erro comum a evitar. Tomar $\sigma_1 = 120 + 40 = 160$ MPa, como se as componentes se somassem no mesmo plano, sem montar o círculo.

10.22. Vida infinita com concentração de tensão (Desafio)

Enunciado. A tensão alternada do exercício 10.14 é σ_a = 60 MPa, com S_e = 120 MPa, agora num entalhe de K_f = 2,2 (dado de exemplo, média nula). A peça ainda tem vida infinita? Qual seria o FS de fadiga?

Conceito. Em fadiga, o fator de concentração efetivo K_f multiplica a parcela alternada. Uma peça que passaria pela média da seção pode falhar no fundo do entalhe, ainda que o estático esteja folgado.

Fórmula. `σ_a,eq = K_f σ_a , FS = S_e / σ_a,eq`

De onde vem. Com média nula, o critério de vida infinita reduz-se a K_f σ_a menor ou igual a S_e. K_f é o fator de fadiga, em geral um pouco menor do que K_t; neste enunciado usamos 2,2, o mesmo K_t do exercício 10.13, como primeiro corte.

Resolução

1. **Tensão equivalente de fadiga.** σ_a,eq = 2,2 × 60 = 132 MPa.
2. **Comparar com S_e.** 132 MPa supera 120 MPa: não há vida infinita neste critério. FS = 120 / 132 = 0,91.

Resposta. Não: σ_a,eq = 132 MPa supera S_e e o FS vale 0,91.

Interpretação. Sem o entalhe, FS = 2,00 e a vida infinita passaria. Com K_f = 2,2, o mesmo 60 MPa já fura o limite de fadiga. É o eco do exercício 10.13 no regime cíclico: arredondar o canto ou reduzir a nominal costuma valer mais do que subir um pouco o S_e com outro aço.

Erro comum a evitar. Dividir 60 / 2,2 e concluir que o entalhe alivia a alternada, ou comparar 60 MPa direto com 120 MPa, ignorando K_f.

10.23. Bandeja da bateria em 3 g, quatro apoios (Desafio)

Enunciado. Uma bandeja leva o pacote de 200 kg do exercício 7.22 em quatro apoios iguais. Num primeiro corte vertical de 3 g (dado de exemplo), qual é a força em cada apoio? Se cada ressalto tem 12 mm de diâmetro, qual é a tensão média de compressão?

Conceito. A carga da bateria não é só o peso estático: os ensaios e os casos de uso indevido pedem um múltiplo de g. O primeiro corte reparte essa carga pelos apoios e olha a seção do ressalto.

Fórmula. `F = (n_g m g) / 4 , σ = F / A`

De onde vem. A força vertical total é n_g vezes o peso. Com quatro apoios iguais e carga centrada, cada um leva um quarto. A tensão média no ressalto é essa força dividida pela área circular.

Resolução

1. **Força por apoio.** F = (3 × 200 × 9,81) / 4 = 5 886 / 4 = 1 472 N.
2. **Tensão.** A = π × (0,012)² / 4 = 1,131 × 10⁻⁴ m². σ = 1 472 / 1,131×10⁻⁴ = 13,0 MPa.

Resposta. F = 1 472 N em cada apoio; σ = 13,0 MPa.

Interpretação. Treze megapascais no ressalto parecem folgados, e são, para a média da seção. O que costuma mandar é a flexão da bandeja entre apoios, o rasgo da região do parafuso e a fadiga no ciclo de 3 g — o mesmo espírito do exercício 10.3: a média não libera a peça sozinha.

Erro comum a evitar. Esquecer os 3 g e dividir só o peso estático (491 N, 4,3 MPa), ou aplicar 3 g em cada apoio já dividido, inflando a carga por quatro.

10.24. Condições de extremidade e a carga de Euler (Desafio)

Enunciado. A haste do exercício 10.9 (P_cr = 6 358 N, biarticulada) passa a ter uma ponta engastada e a outra livre, e depois as duas engastadas. Quais são as novas cargas críticas, com o mesmo L e o mesmo I?

Conceito. A fórmula de Euler vive no comprimento efetivo K L. Articulada-articulada tem K = 1; engastada-livre, K = 2 (a mais fraca); engastada-engastada, K = 0,5 (a mais resistente). O mesmo perfil muda de patamar só com as pontas.

Fórmula. $P_{cr} = \pi^2 E I / (K L)^2$

De onde vem. K é o fator de comprimento efetivo. Como P_cr vai com 1 / K², a haste engastada-livre aguenta um quarto da biarticulada, e a biengastada, o quádruplo.

Resolução

1. **Engastada-livre, K = 2.** P_cr = 6 358 / 4 = 1 590 N, abaixo dos 3 500 N de trabalho.
2. **Engastada-engastada, K = 0,5.** P_cr = 6 358 × 4 = 25 432 N.

Resposta. Engastada-livre: P_cr = 1 590 N. Biengastada: P_cr = 25,4 kN.

Interpretação. Com uma ponta livre, a haste do exercício 10.9 já não aguenta os 3 500 N (FS = 0,45). Com as duas engastadas, sobra FS = 7,3. Antes de subir o diâmetro, olha-se como a peça está presa: o K é tão estrutural quanto o I.

Erro comum a evitar. Escalar P_cr por K, e não por K², ou inverter os casos (tratar a ponta livre como a mais rígida).

10.25. Raio no entalhe e o novo FS (Desafio)

Enunciado. O entalhe do exercício 10.13 (σ_nom = 80 MPa, K_t = 2,2) recebe um raio que baixa K_t para 1,65 (dado de exemplo). Qual é o novo pico e o novo FS aparente, σ_e = 250 MPa?

Conceito. Arredondar a quina é a correção que o exercício 10.3 pedia. K_t cai, o pico cai, e o FS aparente sobe — muitas vezes mais do que trocar o material, com o mesmo σ_nom.

Fórmula. $\sigma_{máx} = K_t \cdot \sigma_{nom}$

De onde vem. A mesma definição do exercício 10.13, agora com o K_t do raio maior. A tensão nominal da seção líquida não muda, se a redução de área for a mesma.

Resolução

1. **Novo pico.** σ_máx = 1,65 × 80 = 132 MPa (era 176 MPa).
2. **Novo FS.** FS = 250 / 132 = 1,89 (era 1,42).

Resposta. σ_máx = 132 MPa; FS aparente = 1,89 (ante 1,42).

Interpretação. Um raio que tira 0,55 de K_t devolve 0,47 de FS, com a mesma seção e o mesmo aço. É a correção mais barata da análise estrutural — e é também o que torna o pico do MEF confiável, porque a singularidade da quina viva deixa de existir.

Erro comum a evitar. Manter o pico de 176 MPa e só renomear o FS, como se o raio não mudasse o campo de tensões.

10.26. Eixo vazado versus maciço no mesmo torque (Desafio)

Enunciado. O eixo de 20 mm do exercício 10.6, com T = 50 N·m, passa a ser um tubo de diâmetro interno 16 mm. Qual é a nova tensão máxima, e que fração da massa se economiza?

Conceito. Na torção, o material perto do centro contribui pouco: o τ vai com o raio e o J com a quarta potência. Esvaziar o eixo rende massa com um aumento de tensão menor do que a fração retirada.

Fórmula. $\tau = T\, r_{ext} / J$, $J = (\pi / 32)\,(D^4 - d^4)$

De onde vem. O J do tubo é a diferença dos J de dois círculos. A tensão máxima continua na borda externa. A razão de massas, no mesmo comprimento e material, é a razão das áreas, $1 - (d/D)^2$.

Resolução

1. **J do tubo.** $D^4 - d^4 = (0{,}020)^4 - (0{,}016)^4 = 1{,}600\times10^{-7} - 6{,}554\times10^{-8} = 9{,}446\times10^{-8}$ m⁴. $J = \pi/32 \times 9{,}446\times10^{-8} = 9{,}278\times10^{-9}$ m⁴.
2. **Tensão.** $\tau = 50 \times 0{,}010 / 9{,}278\times10^{-9} = 53{,}9$ MPa, 1,69 vezes os 31,8 MPa do maciço.
3. **Massa.** Fração restante $= 1 - (16/20)^2 = 0{,}36$. Economizam-se 64 % da massa.

Resposta. τ = 53,9 MPa (1,69 vezes o maciço); a massa cai para 36 % da original.

Interpretação. Perde-se 64 % da massa e sobe-se 69 % da tensão — ainda com FS de cerca de 2,7 em estático ($\tau_e \approx$ 144 MPa). Para eixos de transmissão, o tubo é quase sempre o primeiro retrabalho, desde que o rasgo de chaveta e a ponta maciça dos rolamentos caibam no projeto.

Erro comum a evitar. Escalar a tensão pela razão de áreas (31,8 / 0,36), como se J caísse com d² e não com a diferença das quartas potências.

10.27. Interação entre escoamento e flambagem (Desafio)

Enunciado. A haste comprimida do exercício 10.9 leva 3 500 N, com P_cr = 6 358 N e σ_e = 250 MPa (σ_trabalho = 44,6 MPa). Usando a regra de interação P/P_cr + σ/σ_e = 1/FS, qual é o FS combinado?

Conceito. Flambagem e escoamento não se escolhem com um simples mínimo dos dois FS. A regra de interação soma as parcelas adimensionais e entrega um FS único, mais conservador do que cada um isolado.

Fórmula. `P / P_cr + σ / σ_e = 1 / FS`

De onde vem. É uma regra linear de interação, comum como primeiro corte quando os dois modos existem. Cada parcela é a razão entre a demanda e a capacidade daquele modo; a soma, invertida, é o FS combinado.

Resolução

1. **Parcelas.** P / P_cr = 3 500 / 6 358 = 0,550. σ / σ_e = 44,6 / 250 = 0,178.
2. **FS.** 1/FS = 0,729, logo FS = 1,37. Isolados, os fatores eram 1,82 (flambagem) e 5,61 (escoamento).

Resposta. FS combinado = 1,37, ante 1,82 de flambagem e 5,61 de escoamento.

Interpretação. O modo de flambagem já era o crítico, mas a interação ainda come 0,45 de fator, porque a haste também está a 18 % do escoamento. É um recado para não escolher o menor FS e encerrar: os dois modos se alimentam, sobretudo com imperfeição geométrica, que esta regra tenta representar de forma simples.

Erro comum a evitar. Tomar o mínimo 1,82 e 5,61 (1,82) como resposta final, ou somar os dois FS (7,43), que não é uma interação.

10.28. Momento plástico do consolo retangular (Desafio)

Enunciado. Para a seção 20 mm × 20 mm do exercício 10.8 (M_e = 333 N·m), qual é o momento plástico, com fator de forma 1,5 do retângulo? Qual seria o FS plástico sob os 160 N·m do exercício 10.2?

Conceito. Depois que a fibra extrema escoa, o retângulo ainda aguenta mais momento, até a seção inteira plastificar. O fator de forma 1,5 é a reserva plástica clássica dessa geometria, útil em um recálculo limite, não em fadiga.

Fórmula. `M_pl = 1,5 M_e = σ_e (b h² / 4)`

De onde vem. O módulo elástico é b h² / 6 e o plástico, b h² / 4; a razão é 3/2. O FS plástico compara o momento de trabalho com M_pl, e é maior do que o FS elástico do exercício 10.2.

Resolução

1. **Momento plástico.** M_pl = 1,5 × 333 = 500 N·m. (Ou $250\times10^{6} \times 0{,}020 \times 0{,}020^{2} / 4 = 500$ N·m.)
2. **FS plástico.** FS_pl = 500 / 160 = 3,13, ante o FS elástico 2,08.

Resposta. M_pl = 500 N·m; FS_pl = 3,13 (ante 2,08 elástico).

Interpretação. Há 50 % de reserva entre o primeiro escoamento e a rótula plástica, típicos do retângulo. Essa folga pode ser usada num recálculo de carga última, jamais numa peça que vive em ciclo (exercício 10.14): a plastificação sob fadiga é, em geral, o começo da trinca, não uma reserva a gastar.

Erro comum a evitar. Aplicar o 1,5 também à tensão (375 MPa) ou à flecha, como se o fator de forma valesse para qualquer grandeza do consolo.

10.29. Altura do consolo para limitar a flecha a 0,50 mm (Desafio)

Enunciado. O consolo do exercício 10.2 (b = 20 mm, L = 200 mm, F = 800 N, E = 210 GPa) não pode flechar mais de 0,50 mm. Qual é a menor altura h que atende, e como ficam a tensão e o FS?

Conceito. Muitas vezes a rigidez manda, não a resistência. Impor um δ máximo e isolar h (que entra ao cubo em I) é o caminho inverso do exercício 10.2, típico de um suporte que não pode balançar demais no veículo.

Fórmula. $I_{mín} = F\,L^3 / (3\,E\,\delta_{máx})$, $h =$

De onde vem. Da flecha de ponta, I precisa ser pelo menos $F\,L^3 / (3\,E\,\delta)$. Com b fixo, h é a raiz cúbica de 12 I / b. A tensão se recalcula com esse h, e o FS segue.

Resolução

1. **I mínimo.** $I = 800 \times 0{,}008 / (3 \times 2{,}10\times10^{11} \times 0{,}00050) = 0{,}0064 / 3{,}15\times10^{8} = 2{,}032 \times 10^{-8}\ m^4$.
2. **Altura.** $h^3 = 12\,I / b = 1{,}219 \times 10^{-5}$. h = 23,0 mm.
3. **Tensão e FS.** y = 11,5 mm. $\sigma = 160 \times 0{,}0115 / 2{,}032\times10^{-8} = 90{,}6$ MPa. FS = 250 / 90,6 = 2,76.

Resposta. h = 23,0 mm; σ = 90,6 MPa; FS = 2,76.

Interpretação. Três milímetros a mais de altura (20 para 23 mm) cortam a flecha de 0,76 mm para 0,50 mm e ainda sobem o FS de 2,08 para 2,76. A rigidez pedia mais material do que a resistência, e a altura — de novo o exercício 10.8 — é o lugar certo para colocá-lo.

Erro comum a evitar. Escalar h linearmente com 0,76/0,50 (h = 30,4 mm), como se a flecha fosse inversamente proporcional a h, e não a h^3.

10.30. Folha do consolo redesenhado para FS de 2,5 (Desafio)

Enunciado. Redesenhe o consolo do exercício 10.2 (b = 20 mm, L = 200 mm, F = 800 N) para FS estático de pelo menos 2,5, mudando só a altura h. Quais ficam h, a flecha e a variação de massa da alma?

Conceito. Fechar a folha estrutural é escolher um critério (aqui, FS de 2,5), isolar a variável de projeto e reportar o que acontece com a flecha e com a massa. É o mesmo espírito das folhas 7.30, 8.30 e 9.30, agora no suporte.

Fórmula. $W_{mín} = M / (\sigma_e / FS)$, $h = \sqrt{(6\ W / b)}$

De onde vem. M = 160 N·m permanece. σ_adm = 250 / 2,5 = 100 MPa, daí W_mín = M / σ_adm. Com b fixo, h = √(6 W / b). A flecha e a massa (proporcional a h, se L e b não mudam) se recalculam.

Resolução

1. **Módulo mínimo.** σ_adm = 100 MPa. $W = 160 / 1{,}00\times10^{8} = 1{,}600 \times 10^{-6}$ m³.
2. **Altura.** $h^2 = 6\ W / b = 4{,}800 \times 10^{-4}$. h = 21,9 mm.
3. **Flecha e massa.** $I = 20 \times (21{,}9)^3 / 12 = 17\,520$ mm⁴ $= 1{,}752\times10^{-8}$ m⁴. $\delta = 800 \times 0{,}008 / (3 \times 2{,}10\times10^{11} \times 1{,}752\times10^{-8}) = 0{,}580$ mm. Massa relativa = 21,9/20 = 1,10, cerca de 10 % a mais.

Resposta. h = 21,9 mm, δ = 0,58 mm e cerca de 10 % a mais de massa.

Interpretação. Dois milímetros a mais de altura resolvem o FS 2,5, baixam a flecha de 0,76 mm para 0,58 mm e custam só 10 % de massa. A folha fecha redonda: o consolo original não estava longe, e a variável certa era h — não um aço mais nobre, nem um L menor que o layout talvez não entregue.

Erro comum a evitar. Escalar h por 2,5/2,08 = 1,20 (h = 24,0 mm), como se a tensão caísse com h e não com h², o que superdimensionaria a peça.

Vibração e Acústica Veicular — NVH (32 h)

11.1. Transmissibilidade na marcha lenta (Básico)

Enunciado. A suspensão do exercício 4.1 tem f_n = 1,50 Hz. O motor gira a 800 rpm na marcha lenta, com ζ = 0,10 nos coxins (dados de exemplo). Qual é a razão de frequência r e a transmissibilidade de força?

Conceito. A transmissibilidade diz que fração da força de excitação chega à caixa. Isolamento de verdade só existe para r > √2; na marcha lenta, com coxins macios, r costuma ser bem maior do que isso.

Fórmula. `TR =`

De onde vem. r = f / f_n é a razão entre a freqüência de excitação e a natural. A fórmula é a transmissibilidade de força de um sistema de um grau de liberdade com amortecimento viscoso, em regime permanente.

Resolução

1. **Frequência de excitação.** f = 800 / 60 = 13,33 Hz. r = 13,33 / 1,50 = 8,89.
2. **Substituir.** 2 ζ r = 1,778. Numerador = √(1 + 3,161) = 2,040. Denominador = √((1 − 79,01)² + 3,16) = √(6 086 + 3) ≈ 78,03.
3. **TR.** TR = 2,040 / 78,03 = 0,026, ou 2,6 % dur.

Resposta. r = 8,89; TR = 0,026 (cerca de 2,6 % da força de excitação chega à caixa).

Interpretação. Isolamento de verdade exige r > √2 ≈ 1,41. Aqui r = 8,89, bem maior, e só 2,6 % da força chega à carroceria — desde que os coxins não endureçam demais. O f_n = 1,50 Hz é o exemplo deste coxim, não a freqüência de ride 1,56 Hz do exercício 4.1 do Módulo 1.

Erro comum a evitar. Usar f = 800 Hz no lugar de 800/60, o que daria r enorme e um TR praticamente nulo, sem sentido para marcha lenta.

11.2. Nível de pressão sonora (Básico)

Enunciado. Um microfone no habitáculo mede pressão sonora eficaz de 0,020 Pa. O referencial é p_0 = 20 µPa. Qual é o nível de pressão sonora?

Conceito. O NPS (ou SPL) comprime a pressão sonora numa escala logarítmica em decibéis, porque a audição e as normas trabalham em razões, não em pascal lineares.

Fórmula. `NPS = 20 log_10 (p / p_0)`

De onde vem. A definição padrão usa a pressão eficaz e o referencial p_0 = 20 µPa, próximo do limiar de audição a 1 kHz. O fator 20 (e não 10) aparece porque a intensidade vai com o quadrado da pressão.

Resolução

1. **Razão de pressão.** p / p_0 = 0,020 / 20×10^{-6} = 1 000.
2. **Nível.** NPS = 20 $\log_{10}$(1 000) = 20 × 3 = 60 dB.

Resposta. NPS = 60 dB.

Interpretação. Sessenta decibéis são uma conversa calma, um habitáculo razoável em cruise leve. Como a escala é logarítmica, 0,20 Pa — dez vezes a pressão — já seriam 80 dB, e o ouvido sente muito mais do que ‘dez vezes o 0,020 Pa’ sugere.

Erro comum a evitar. Usar 10 $\log_{10}$(p / p_0) = 30 dB, esquecendo que o fator 20 existe justamente porque a energia vai com p^2, ou trocar 20 µPa por 20 mPa.

11.3. Soma de duas fontes em decibel (Básico)

Enunciado. Duas fontes incoerentes medem 70 dB e 70 dB no mesmo ponto. Qual é o nível total? E se a segunda fosse 64 dB?

Conceito. Decibéis não se somam. Somam-se as intensidades (ou os quadrados das pressões), e só depois se volta ao nível. Duas fontes iguais entregam +3 dB, não o dobro em decibel.

Fórmula. `NPS_tot = 10 log_10 ( + )`

De onde vem. Cada nível L corresponde a uma intensidade proporcional a 10^{L/10}. Fontes incoerentes somam intensidades. Para duas fontes iguais, isso reduz a L + 10 $\log_{10}$(2) ≈ L + 3 dB.

Resolução

1. **Duas fontes iguais.** 70 + 10 $\log_{10}$(2) = 70 + 3,01 = 73,0 dB.
2. **70 dB e 64 dB.** 10^{7,0} + 10^{6,4} = $1{,}000\times10^{7}$ + $2{,}512\times10^{6}$ = $1{,}251\times10^{7}$. NPS = 10 $\log_{10}$($1{,}251\times10^{7}$) = 71,0 dB.

Resposta. 70 + 70 = 73,0 dB; 70 + 64 = 71,0 dB.

Interpretação. Duas fontes iguais somam 3 dB, não 140 dB. Quando a segunda está 6 dB abaixo, ela só acrescenta 1 dB à mais forte: 71 dB. É a regra prática do NVH — uma fonte 10 dB mais baixa quase some ao lado da principal.

Erro comum a evitar. Somar 70 + 70 = 140 dB, ou fazer a média 70 dB, como se o segundo motor não acrescentasse nada.

11.4. Início do isolamento, r maior que raiz de 2 (Básico)

Enunciado. Com f_n = 1,50 Hz do exercício 11.1, a partir de que freqüência de excitação o coxim começa a isolar (r > √2)? Em rotação do motor, qual é esse limiar?

Conceito. Abaixo de r = √2 o suporte amplifica; acima, começa a isolar. O primeiro número de um coxim é a rotação (ou a via) em que essa fronteira é cruzada.

Fórmula. `f_iso = √2 · f_n`

De onde vem. A transmissibilidade cai abaixo de 1 exatamente em r = √2, qualquer que seja ζ (nesse ponto TR = 1). Daí f_iso = √2 f_n, e n_iso = 60 f_iso em rpm, para uma excitação de ordem 1.

Resolução

1. **Frequência.** f_iso = 1,414 × 1,50 = 2,12 Hz.
2. **Rotação (ordem 1).** n_iso = 2,12 × 60 = 127 rpm. A marcha lenta a 800 rpm já está bem acima deste limiar.

Resposta. O isolamento começa em 2,12 Hz, ou 127 rpm na ordem 1.

Interpretação. Cento e vinte e sete rpm é abaixo de qualquer marcha lenta útil, então o exemplo de 1,50 Hz isola o motor o tempo todo — e é exatamente por isso que coxim macio é bom em regime e difícil de projetar para o transiente (passagem pela ressonância, ao ligar e ao desligar).

Erro comum a evitar. Tomar f_iso = 2 f_n = 3,00 Hz, ou o próprio f_n, como se a isolação começasse na ressonância, quando ali TR é máximo, não mínimo.

11.5. Período e freqüência angular do coxim (Básico)

Enunciado. Com f_n = 1,50 Hz do exercício 11.1, quais são o período natural e a freqüência angular ω_n?

Conceito. As três formas da mesma natural — f, T e ω — aparecem o tempo todo nas fórmulas de transmissibilidade, de flecha estática e de energia. Convém tê-las à mão, no SI.

Fórmula. `T_n = 1 / f_n , ω_n = 2 π f_n`

De onde vem. O período é o inverso da freqüência em hertz. A freqüência angular, em rad/s, é 2π vezes f_n, e é ela que entra em $\omega_n^2 = k/m$.

Resolução

1. **Período.** T_n = 1 / 1,50 = 0,667 s.
2. **Freqüência angular.** ω_n = 2π × 1,50 = 9,42 rad/s.

Resposta. T_n = 0,667 s; ω_n = 9,42 rad/s.

Interpretação. Dois terços de segundo por ciclo é um modo bem lento, típico de um coxim (ou de uma suspensão) macio. É o mesmo 1,50 Hz do exercício 11.1, só que agora no formato que a equação da massa-mola quer ver.

Erro comum a evitar. Calcular ω_n = 1,50 rad/s, esquecendo o 2π, o que atrasaria todas as contas de rigidez e de flecha estática por um fator 6,28.

11.6. Flecha estática equivalente a 1,50 Hz (Básico)

Enunciado. Qual flecha estática, sob o próprio peso, corresponde a f_n = 1,50 Hz?

Conceito. Num suporte que carrega o peso da massa, f_n e a flecha estática são o mesmo dado: quanto mais o coxim assenta, mais baixa é a natural, e melhor ele isola em regime.

Fórmula. `δ_st = g / ω_n²`

De onde vem. De ω_n² = k/m e de δ_st = m g / k vem δ_st = g / ω_n². Vale para o modo em que a gravidade e a rigidez do suporte estão alinhados.

Resolução

1. **ω_n².** ω_n = 9,42 rad/s. ω_n² = 88,83 s⁻².
2. **Flecha.** δ_st = 9,81 / 88,83 = 0,110 m = 110 mm.

Resposta. δ_st = 110 mm.

Interpretação. Onze centímetros de assento estático são um coxim muito macio — é o preço de f_n = 1,50 Hz. Por isso o isolamento da marcha lenta no exercício 11.1 é tão bom, e por isso também o motor ‘balança’ visivelmente ao ligar e ao desligar, quando passa por r = 1.

Erro comum a evitar. Usar δ = g / f_n² (4,36 m), esquecendo que no denominador entra ω_n² = (2π f_n)², não f_n².

11.7. Queda de 6 dB ao dobrar a distância (Básico)

Enunciado. O NPS do exercício 11.2 é 60 dB a uma certa distância de uma fonte pontual, em campo livre. Qual é o nível ao dobro da distância?

Conceito. Em onda esférica, a intensidade cai com o quadrado da distância, e o nível cai 6 dB cada vez que a distância dobra. É a primeira regra de posicionamento de um microfone ou de um receptor no campo.

Fórmula. `ΔL = 20 log_10 (r_1 / r_2)`

De onde vem. I ∝ 1/r² e NPS usa 10 log I, ou 20 log p, com p ∝ 1/r. Ao dobrar r, $20 \log_{10}(1/2) = -6{,}02$ dB.

Resolução

1. **Queda.** $\Delta L = 20 \log_{10}(1/2) = -6{,}02$ dB.
2. **Nível.** NPS = 60 − 6 = 54 dB.

Resposta. NPS = 54 dB, 6 dB abaixo.

Interpretação. Dobrar a distância ‘tira’ 6 dB — o mesmo efeito de cortar a pressão à metade. No habitáculo a regra não vale literalmente (há reflexões), mas no campo e no pátio de ensaio ela é o primeiro recado: afastar-se rende pouco depois da primeira duplicação.

Erro comum a evitar. Tirar 3 dB (como se fosse intensidade e não pressão, ou como se I caísse só com r), chegando a 57 dB.

11.8. Comprimento de onda a 50 Hz e a 1 kHz (Básico)

Enunciado. Com c = 343 m/s no ar, quais são os comprimentos de onda a 50 Hz (ronco de baixa) e a 1 000 Hz (uma referência de voz e de ensaio)?

Conceito. O comprimento de onda decide se um obstáculo ‘é grande’ para o som. Baixa freqüência tem metro de onda e contorna painéis; 1 kHz já cabe em decímetros e interage com o habitáculo.

Fórmula. `λ = c / f`

De onde vem. A relação fundamental λ f = c, com c ≈ 343 m/s no ar a cerca de 20 °C.

Resolução

1. **50 Hz.** λ = 343 / 50 = 6,86 m.
2. **1 000 Hz.** λ = 343 / 1 000 = 0,343 m = 343 mm.

Resposta. λ(50 Hz) = 6,86 m; λ(1 kHz) = 343 mm.

Interpretação. Quase sete metros a 50 Hz: uma porta, um capô ou o próprio carro são ‘pequenos’ diante dessa onda, e o isolamento de ronco é difícil. A 1 kHz, 34 cm já são comparáveis a um painel, e absorvedores e barreiras começam a funcionar de verdade.

Erro comum a evitar. Usar c = 3 × 10⁸ m/s (luz), ou inverter f / c, o que daria um ‘comprimento’ em hertz por metro, sem sentido físico aqui.

11.9. Três fontes iguais de 70 dB (Básico)

Enunciado. Três fontes incoerentes iguais, cada uma a 70 dB no mesmo ponto, operam juntas. Qual é o nível total?

Conceito. É a extensão do exercício 11.3: n fontes iguais somam 10 $\log_{10}(n)$ ao nível de uma delas. A terceira fonte rende menos do que a segunda, em decibel.

Fórmula. `NPS_tot = L + 10 log_10 n`

De onde vem. n intensidades iguais somam n vezes uma delas. Em decibel, isso é 10 $\log_{10}(n)$ acima do nível de uma fonte.

Resolução

1. **Calcular.** NPS = 70 + 10 $\log_{10}(3)$ = 70 + 4,77 = 74,8 dB.

Resposta. NPS = 74,8 dB.

Interpretação. A segunda fonte tinha somado 3 dB (73,0); a terceira só acrescenta mais 1,8 dB. É o mesmo retorno decrescente do paralelo no exercício 8.8, agora em acústica: depois da primeira fonte igual, cada uma a mais rende menos em decibel.

Erro comum a evitar. Somar 3 × 70 = 210 dB, ou acrescentar 3 dB três vezes (79 dB), como se cada fonte nova adicionasse sempre +3 ao total já combinado.

11.10. Força transmitida na marcha lenta (Básico)

Enunciado. A força de excitação do motor na marcha lenta do exercício 11.1 é $F_0 = 200$ N (dado de exemplo), com TR = 0,026. Qual força chega à carroceria?

Conceito. A transmissibilidade é um fator sobre a força (ou sobre o deslocamento, conforme o modelo). Multiplicá-la pela amplitude de excitação dá o que a caixa 'sente' e o que vira ruído estrutural.

Fórmula. $F_t = TR \cdot F_0$

De onde vem. Por definição, TR = F_t / F_0 em regime permanente. O 0,026 já veio do exercício 11.1.

Resolução

1. **Calcular.** $F_t = 0{,}026 \times 200 = 5{,}2$ N.

Resposta. $F_t = 5{,}2$ N.

Interpretação. De 200 N no motor para 5 N na caixa: é isso que r = 8,89 comprou. Se o coxim endurecer e a TR subir para 0,10, a força vai a 20 N — e o ruído estrutural no habitáculo sobe junto, mesmo com o motor 'igual'.

Erro comum a evitar. Dividir 200 / 0,026 = 7 692 N, invertendo a definição, ou reportar 200 × 0,026 % = 0,052 N, misturando fração e percentual.

11.11. Segunda ordem do motor a 800 rpm (Intermediário)

Enunciado. Um motor de quatro cilindros de quatro tempos tem excitação de segunda ordem (duas combustões por volta). Na marcha lenta de 800 rpm do exercício 11.1, com $f_n = 1{,}50$ Hz e $\zeta = 0{,}10$, quais são r e a TR?

Conceito. A ordem 2 é, em geral, a principal de um quatro-cilindros. A freqüência dobra em relação à ordem 1, r sobe, e o isolamento — já bom no exercício 11.1 — fica ainda melhor.

Fórmula. $f = 2\,n / 60$, $r = f / f_n$

De onde vem. Em quatro tempos, há uma combustão a cada duas voltas por cilindro; com quatro cilindros, são duas combustões por volta, daí a ordem 2: $f = 2\,n / 60$.

Resolução

1. **Frequência e r.** $f = 2 \times 800 / 60 = 26{,}67$ Hz. $r = 26{,}67 / 1{,}50 = 17{,}78$.
2. **TR.** $2\,\zeta\,r = 3{,}556$. Numerador = 3,695. Denominador ≈ 315,1. TR = 0,012.

Resposta. r = 17,78; TR = 0,012 (1,2 %).

Interpretação. A ordem 2, a mais forte do quatro-cilindros, chega ainda mais isolada do que a ordem 1 do exercício 11.1 (2,6 %). O que costuma incomodar na lenta não é a falta de r, é um coxim que endureceu, um suporte que bate no batente, ou uma ordem que encontra um modo da carroceria, não o 1,50 Hz.

Erro comum a evitar. Usar f = 800 / 60 = 13,33 Hz de novo (ordem 1), ou f = 4 × 800 / 60, como se fossem quatro combustões por volta em quatro tempos.

11.12. Rigidez e amortecimento do quarto de veículo a 1,50 Hz (Intermediário)

Enunciado. Tome um quarto da massa do up!, m = 225 kg, com f_n = 1,50 Hz e ζ = 0,10. Calcule a rigidez k, o amortecimento crítico c_c e o amortecimento c.

Conceito. A freqüência natural esconde a rigidez, e o ζ esconde o amortecimento. Para um quarto de veículo, esses dois números são o primeiro corte do conjunto mola-amortecedor (ou do coxim, no mesmo modelo de 1 gl).

Fórmula. $k = m\,\omega_n^2$, $c_c = 2\sqrt{(k\,m)}$, $c = \zeta\,c_c$

De onde vem. De $\omega_n^2 = k/m$ vem k. O amortecimento crítico é $2\sqrt{(k\,m)} = 2\,m\,\omega_n$, e c é ζ vezes esse valor.

Resolução

1. **Rigidez.** $\omega_n^2 = 88{,}83$. $k = 225 \times 88{,}83 = 19\,986$ N/m ≈ 20,0 kN/m.
2. **Amortecimento.** $c_c = 2\sqrt{(19\,986 \times 225)} = 2 \times 2\,120 = 4\,240$ N·s/m. $c = 0{,}10 \times 4\,240 = 424$ N·s/m.

Resposta. k = 20,0 kN/m; c_c = 4 240 N·s/m; c = 424 N·s/m.

Interpretação. Vinte quilonewtons por metro para 225 kg é um suporte macio, coerente com os 110 mm de flecha do exercício 11.6. O amortecimento de 424 N·s/m, com ζ = 0,10, é relativamente baixo: ajuda a passar pela ressonância sem picos enormes e, em alta r, ainda não estraga tanto o isolamento (o tema do exercício 11.13).

Erro comum a evitar. Usar $k = m\,f_n^2 = 506$ N/m, esquecendo $(2\pi)^2$, o que deixaria a mola cerca de 40 vezes mais macia do que a real.

11.13. Mais amortecimento, pior isolamento em alta r (Intermediário)

Enunciado. No ponto do exercício 11.1 (r = 8,89), suba ζ de 0,10 para 0,25. Qual é a nova TR?

Conceito. O amortecimento reduz o pico em r = 1, mas, em alta freqüência, ele aumenta a transmissibilidade. Isolar bem em regime e passar bem pela ressonância é um compromisso, não um único ζ ótimo.

Fórmula. $TR =$

De onde vem. A mesma fórmula do exercício 11.1, agora com ζ = 0,25 e o mesmo r = 8,89.

Resolução

1. **Termos.** $2\,\zeta\,r = 4{,}445$. Numerador = $\sqrt{(1 + 19{,}76)} = 4{,}556$. Denominador = $\sqrt{(6\,086 + 20)} = 78{,}14$.
2. **TR.** TR = 4,556 / 78,14 = 0,058, mais que o dobro dos 0,026 com ζ = 0,10.

Resposta. TR = 0,058 (5,8 %), mais que o dobro da TR com ζ = 0,10.

Interpretação. Subir o amortecimento para ‘segurar’ o motor ao ligar custa isolamento na lenta: de 2,6 % para 5,8 %. A força transmitida do exercício 11.10 iria de 5,2 N para 11,6 N. Coxim hidraúlico e batentes existem para ter ζ alto só perto da ressonância, e baixo em regime.

Erro comum a evitar. Concluir que mais ζ sempre reduz a TR, extrapolando o comportamento em r = 1 para o isolamento em r = 8,89, o contrário do que a fórmula faz em alta razão.

11.14. Vinte decibéis de diferença em pressão e em intensidade (Intermediário)

Enunciado. Um ponto mede 80 dB e outro, 60 dB, como no exercício 11.2. Qual é a razão de pressões e a razão de intensidades entre os dois?

Conceito. Vinte decibéis são um fator 10 na pressão e um fator 100 na intensidade. A mesma diferença de NPS não se lê da mesma forma se o que interessa é p ou I.

Fórmula. `p_2 / p_1 = , I_2 / I_1 =`

De onde vem. NPS = 20 $\log_{10}(p/p_0)$ e também 10 $\log_{10}(I/I_0)$, porque $I \propto p^2$. Daí os dois expoentes, 20 e 10, para a mesma diferença de nível.

Resolução

1. **Diferença.** ΔL = 80 − 60 = 20 dB.
2. **Razões.** p_{80}/p_{60} = 10^{20/20} = 10. I_{80}/I_{60} = 10^{20/10} = 100.

Resposta. A pressão é 10 vezes maior e a intensidade, 100 vezes maior.

Interpretação. Oitenta decibéis não são ‘um pouco mais’ do que 60 dB: a intensidade é cem vezes a do exercício 11.2. Por isso um ruído que ‘parece só 20 dB acima’ já é, em energia, outra categoria — e o ouvido, de certo modo, acompanha esse logaritmo.

Erro comum a evitar. Atribuir o fator 10 também à intensidade, ou o fator 100 à pressão, trocando os denominadores 10 e 20 da definição.

11.15. Intensidade sonora a 0,020 Pa (Intermediário)

Enunciado. Com a pressão eficaz de 0,020 Pa do exercício 11.2, ρ = 1,225 kg/m³ e c = 343 m/s, calcule a intensidade e o nível de intensidade, $I_0 = 10^{-12}$ W/m². Ele coincide com os 60 dB de NPS?

Conceito. Em onda plana progressiva, $I = p^2 / (\rho\, c)$, e o nível de intensidade coincide com o NPS. É o elo entre o microfone (pascal) e a potência por metro quadrado.

Fórmula. `I = p² / (ρ c) , LI = 10 log_10 (I / I_0)`

De onde vem. A impedância acústica característica do ar é ρ c. A intensidade de uma onda plana é o quadrado da pressão eficaz dividido por essa impedância. O referencial $I_0 = 10^{-12}$ W/m² foi escolhido para coincidir com $p_0 = 20$ µPa no ar típico.

Resolução

1. **Intensidade.** ρ c = 1,225 × 343 = 420 Pa·s/m. $I = (0{,}020)^2 / 420 = 9{,}52 \times 10^{-7}$ W/m².
2. **Nível.** LI = 10 $\log_{10}(9{,}52\times10^{-7} / 10^{-12})$ = 10 $\log_{10}(9{,}52\times10^{5})$ = 59,8 dB, praticamente os 60 dB do NPS.

Resposta. $I = 9{,}52 \times 10^{-7}$ W/m²; LI = 59,8 dB, praticamente igual aos 60 dB de NPS.

Interpretação. A pequena diferença de 0,2 dB é só o ρ c deste ar (420) em relação ao valor exato que definiu I_0 junto com p_0. Na prática, no habitáculo se lê NPS; a intensidade entra quando se fala de potência da fonte e de absorção na cabine.

Erro comum a evitar. Usar $I = p / (\rho\, c)$ (como se fosse velocidade de partícula vezes pressão sem o p), o que daria um ‘nível’ sem unidade de intensidade.

11.16. Lei de massa a 1 kHz (Intermediário)

Enunciado. Uma chapa com massa de superfície 8,0 kg/m² (cerca de 1 mm de aço) é ensaiada a 1 000 Hz. Pela lei de massa simples $R = 20 \log_{10}(m\ f) - 47$, qual é a perda de transmissão estimada?

Conceito. A lei de massa é o primeiro corte do isolamento de um painel: R sobe 6 dB por oitava e 6 dB cada vez que a massa de superfície dobra. Não vale em toda a faixa — há coincidência e ressonâncias — mas dá a ordem de grandeza a 1 kHz.

Fórmula. `R = 20 log_10 (m f) − 47`

De onde vem. A forma empírica usual, com m em kg/m² e f em hertz, entrega R em dB. O −47 já incorpora as constantes do ar e o fator $20 \log_{10}(2\pi / \rho c)$ da derivação da parede infinita.

Resolução

1. **Produto.** $m\ f = 8{,}0 \times 1\,000 = 8\,000$. $\log_{10}(8\,000) = 3{,}903$.
2. **Perda de transmissão.** $R = 20 \times 3{,}903 - 47 = 78{,}06 - 47 = 31{,}1$ dB.

Resposta. R ≈ 31 dB.

Interpretação. Trinta e um decibéis é um bom isolamento ‘no papel’ para 1 mm de aço a 1 kHz. Na prática, frestas, coincidência e as ressonâncias do painel comem uma fatia, e o hábito de ‘só pôr mais massa’ rende os 6 dB da regra — não um milagre. Ainda assim, é o primeiro número a comparar com um feltro ou com um sanduíche.

Erro comum a evitar. Usar $10 \log_{10}(m\ f) - 47 = 0{,}96$ dB, esquecendo que R, como o NPS, usa o fator 20 quando a grandeza de partida é proporcional a uma amplitude.

11.17. Largura de meia potência do modo a 1,50 Hz (Intermediário)

Enunciado. Com $f_n = 1{,}50$ Hz e $\zeta = 0{,}10$, qual é a largura de banda de meia potência $\Delta f \approx 2\,\zeta\,f_n$?

Conceito. A banda de meia potência mede o quanto o pico de ressonância é ‘largo’. Coxins e suspensões com ζ baixo têm pico fino e alto; com ζ maior, o pico alarga e baixa — o outro lado do exercício 11.13.

Fórmula. `Δf ≈ 2 ζ f_n`

De onde vem. Entre os pontos em que a potência é metade da do pico (amplitude /√2), a largura é, para ζ pequeno, $2\,\zeta\,f_n$. Também se escreve $\Delta\omega = 2\,\zeta\,\omega_n$.

Resolução

1. **Calcular.** $\Delta f = 2 \times 0{,}10 \times 1{,}50 = 0{,}30$ Hz, de cerca de 1,35 Hz a 1,65 Hz.

Resposta. Δf ≈ 0,30 Hz.

Interpretação. Três décimos de hertz em torno de 1,50 Hz: o pico é relativamente largo (Q = 5). Ao ligar o motor, a rotação atravessa essa faixa em pouco tempo, mas não de forma instantânea — e é nessa passagem que o ζ ‘caro’ do exercício 11.13 se justifica.

Erro comum a evitar. Calcular $2\,\zeta / f_n = 0{,}133$ s, invertendo a fórmula, ou usar $2\,\zeta\,\omega_n$ em hertz, misturando rad/s com Hz (daria 1,88 Hz).

11.18. Transmissibilidade a 1 500 rpm (Intermediário)

Enunciado. O motor do exercício 11.1 sobe para 1 500 rpm, ainda na ordem 1, com f_n = 1,50 Hz e ζ = 0,10. Quais são r e a TR?

Conceito. Subir a rotação, com o mesmo coxim, aumenta r e melhora o isolamento em regime — desde que não se encontre no caminho um modo da carroceria. É o complemento da marcha lenta.

Fórmula. `r = (n / 60) / f_n`

De onde vem. A mesma cadeia do exercício 11.1, agora com n = 1 500 rpm, f = 25,0 Hz.

Resolução

1. **r.** f = 1 500 / 60 = 25,00 Hz. r = 25,00 / 1,50 = 16,67.
2. **TR.** 2 ζ r = 3,333. Numerador = 3,479. Denominador ≈ 276,8. TR = 0,013.

Resposta. r = 16,67; TR = 0,013 (1,3 %).

Interpretação. De 800 para 1 500 rpm, a TR cai de 0,026 para 0,013 — metade da força relativa na caixa, na ordem 1. O ruído do motor em cruise, porém, muitas vezes sobe por via aérea e por outras ordens, não porque o coxim tenha piorado. O isolador, neste exemplo, está ainda melhor.

Erro comum a evitar. Manter r = 8,89, como se r não dependesse da rotação, ou usar 1 500 Hz no lugar de 1 500/60.

11.19. Redução por aumento da área de absorção (Intermediário)

Enunciado. No habitáculo, a área de absorção equivalente passa de A_1, com α médio 0,10, para A_2 com α médio 0,40, na mesma área de revestimento (dados de exemplo). Qual é a queda de nível, $\Delta L = 10 \log_{10}(A_2 / A_1)$?

Conceito. Mais absorção baixa o campo reverberante. A queda, em primeira ordem, é 10 log da razão das áreas equivalentes (α S). Quadruplicar a absorção vale cerca de 6 dB — um ganho típico de um bom forro.

Fórmula. `ΔL = 10 log_10 (A_2 / A_1)`

De onde vem. No campo reverberante, a densidade de energia é proporcional à potência da fonte e inversamente proporcional à absorção total A = α S. A diferença de nível é 10 log da razão das absorções, quando a fonte e o volume não mudam.

Resolução

1. **Razão.** A_2 / A_1 = 0,40 / 0,10 = 4.
2. **Queda de nível.** $\Delta L = 10 \log_{10}(4) = 6{,}02$ dB.

Resposta. ΔL = 6,0 dB.

Interpretação. Seis decibéis é um ganho audível e honesto: o forro não ‘zera’ o habitáculo, mas tira o equivalente a dobrar a distância em campo livre (exercício 11.7). Vale sobretudo nas médias e altas; em 50 Hz (exercício 11.8), o α de um feltro costuma ser baixo, e os 6 dB não se materializam.

Erro comum a evitar. Usar $20 \log_{10}(4) = 12$ dB, como se a absorção entrasse na pressão de forma linear e não na energia do campo.

11.20. Três fontes: duas de 70 dB e uma de 64 dB (Intermediário)

Enunciado. No mesmo ponto há duas fontes de 70 dB e uma de 64 dB, incoerentes (dados de exemplo). Qual é o nível total?

Conceito. É a soma do exercício 11.3 com a terceira fonte. A de 64 dB, 6 dB abaixo de cada 70, acrescenta pouco depois que as duas iguais já valem 73 dB.

Fórmula. `NPS_tot = 10 log_10 ( + + )`

De onde vem. Somam-se três intensidades, cada uma 10^{L/10}, e volta-se ao decibel com 10 $\log_{10}$. Pode-se também somar primeiro as duas de 70 dB (73,0) e, em seguida, combinar 73,0 com 64 dB.

Resolução

1. **Intensidades relativas.** 10^{7,0} + 10^{7,0} + 10^{6,4} = 1,000×10^{7} + 1,000×10^{7} + 2,512×10^{6} = 2,251×10^{7}.
2. **Nível.** NPS = 10 $\log_{10}$(2,251×10^{7}) = 73,5 dB. As duas de 70 dB já davam 73,0; a de 64 dB acrescenta 0,5 dB.

Resposta. NPS = 73,5 dB.

Interpretação. A terceira fonte, 6 dB abaixo, quase não muda o total (73,0 para 73,5). No diagnóstico de habitáculo, isso manda olhar primeiro as duas fontes fortes: tratar a de 64 dB, sozinha, não tira o nível de dentro do carro.

Erro comum a evitar. Somar 70 + 70 + 64 = 204 dB, ou fazer a média 68 dB, apagando a regra de soma de intensidades já vista no exercício 11.3.

11.21. Razão r para TR = 0,10 (Desafio)

Enunciado. Com ζ = 0,10, qual é a razão r em que a TR cai a 0,10? Com f_n = 1,50 Hz, a que rotação (ordem 1) isso corresponde?

Conceito. TR = 0,10 é um primeiro alvo de isolamento (90 % da força retida no coxim). A r mínima para chegar lá, com o ζ dado, vira a rotação de projeto da ordem 1.

Fórmula. `TR(r, ζ) = 0,10`

De onde vem. A mesma fórmula do exercício 11.1, resolvida para r com ζ fixo. Não há raiz simples: resolve-se por tentativa ou pelo gráfico do simulador.

Resolução

1. **Procurar r.** Para ζ = 0,10, TR(3,50) = 0,108 e TR(3,65) = 0,100. Logo r ≈ 3,65.
2. **Rotação.** f = 3,65 × 1,50 = 5,48 Hz. n = 5,48 × 60 = 329 rpm na ordem 1.

Resposta. r ≈ 3,65, ou 329 rpm na ordem 1.

Interpretação. A marcha lenta a 800 rpm (r = 8,89) já está bem além deste limiar. O número crítico é a passagem por 329 rpm ao ligar e ao desligar: abaixo disso, o isolamento ainda não chegou a 0,10.

Erro comum a evitar. Usar r = √2 ≈ 1,41, que é só o início de TR < 1 (exercício 11.4), não o ponto em que TR vale 0,10.

11.22. Nível de aceleração de vibração (Desafio)

Enunciado. A aceleração eficaz medida num apoio é 0,010 m/s². Com referencial $a_0 = 10^{-6}$ m/s², qual é o nível de aceleração?

Conceito. O nível de vibração usa a mesma escala em decibel do NPS, agora com aceleração. Não se soma esse número ao NPS do ar: são grandezas e referenciais diferentes.

Fórmula. `L_a = 20 log_10 (a / a_0)`

De onde vem. A definição usual de nível de aceleração toma $a_0 = 10^{-6}$ m/s². O fator 20 aparece porque o nível parte de uma amplitude, como no exercício 11.2.

Resolução

1. **Razão.** $a / a_0 = 0{,}010 / 10^{-6} = 10^4$.
2. **Nível.** $L_a = 20 \times 4 = 80$ dB.

Resposta. $L_a = 80$ dB.

Interpretação. Oitenta decibéis de vibração não são 80 dB de som, nem se somam aos 60 dB do exercício 11.2. O nível serve para comparar apoios e eixos; para o ouvido, o que importa é o que essa vibração vira em ruído estrutural no habitáculo.

Erro comum a evitar. Usar $10 \log_{10}(a / a_0) = 40$ dB, ou somar 80 dB com o NPS de 60 dB e reportar 140 dB no habitáculo.

11.23. Coxim mais rígido, f_n = 3,0 Hz (Desafio)

Enunciado. Se o coxim do exercício 11.1 endurecer e f_n subir para 3,0 Hz, com o motor ainda a 800 rpm e $\zeta = 0{,}10$, quais ficam r e a TR?

Conceito. Endurecer o coxim baixa r e piora o isolamento em regime — o preço típico de um suporte que ‘segura melhor’ o motor no transiente ou no torque.

Fórmula. `r = (n / 60) / f_n`

De onde vem. A mesma cadeia do exercício 11.1, agora com $f_n = 3{,}0$ Hz. f de excitação continua 13,33 Hz.

Resolução

1. **r.** $r = 13{,}33 / 3{,}00 = 4{,}44$.
2. **TR.** $2\zeta r = 0{,}889$. Numerador = 1,338. Denominador ≈ 18,78. TR = 0,071.

Resposta. $r = 4{,}44$; TR = 0,071 (7,1 %), ante 0,026 no coxim de 1,50 Hz.

Interpretação. Dobrar f_n quase triplica a fração transmitida (2,6 % para 7,1 %). A força do exercício 11.10 iria de 5,2 N para 14,2 N. Isolar a lenta e firmar o motor no torque são pedidos opostos no mesmo coxim.

Erro comum a evitar. Manter r = 8,89, como se a razão não dependesse de f_n, ou concluir que coxim mais rígido sempre isola melhor.

11.24. Força transmitida na ressonância (Desafio)

Enunciado. Com $F_0 = 200$ N e $\zeta = 0{,}10$, qual é a TR e a força transmitida exatamente em $r = 1$, ao passar pela ressonância?

Conceito. Na ressonância a TR é máxima e vale cerca de $1 / (2\zeta)$ quando ζ é pequeno. É o instante em que o coxim macio do exercício 11.1 mais carrega a caixa — ao ligar e ao desligar.

Fórmula. $TR(r = 1) = \sqrt{(1 + 4\,\zeta^2)} / (2\,\zeta)$

De onde vem. Substituindo $r = 1$ na fórmula do exercício 11.1, o denominador reduz-se a 2ζ e o numerador a $\sqrt{(1 + 4\zeta^2)}$. Para $\zeta \ll 1$, $TR \approx 1/(2\zeta)$.

Resolução

1. **TR.** $TR = \sqrt{(1 + 0{,}04)} / 0{,}20 = 1{,}020 / 0{,}20 = 5{,}10$.
2. **Força.** $F_t = 5{,}10 \times 200 = 1\,020$ N, cerca de cinco vezes a excitação e 200 vezes os 5,2 N da marcha lenta.

Resposta. $TR = 5{,}10$ e $F_t = 1\,020$ N.

Interpretação. Mil newtons na caixa, por uns instantes, explicam o balanço ao dar a partida. O ζ ‘caro’ do exercício 11.13 existe para este pico: com $\zeta = 0{,}25$, TR cairia a 2,06 e F_t a 412 N, à custa do isolamento em regime.

Erro comum a evitar. Usar $TR = 1 / (2\zeta) = 5{,}00$ e encerrar, ou aplicar os 5,2 N da lenta também na passagem por $r = 1$.

11.25. Tempo de travessia da banda de ressonância (Desafio)

Enunciado. O motor acelera a 200 rpm/s (dado de exemplo) e atravessa a banda de meia potência do exercício 11.17 ($\Delta f = 0{,}30$ Hz) na ordem 1. Quanto tempo dura a travessia?

Conceito. O pico do exercício 11.24 não é um patamar: dura o tempo de atravessar a banda. Aceleração alta encurta o susto; arranque lento o alonga.

Fórmula. $\Delta n = 60\,\Delta f\ ,\ t = \Delta n\ /\ \dot{n}$

De onde vem. Na ordem 1, Δf em hertz vira $60\,\Delta f$ em rpm. O tempo é essa largura dividida pela taxa de aceleração do motor.

Resolução

1. **Largura em rpm.** $\Delta n = 60 \times 0{,}30 = 18$ rpm.
2. **Tempo.** $t = 18 / 200 = 0{,}090$ s (90 ms).

Resposta. A travessia dura 90 ms.

Interpretação. Noventa milissegundos é um susto curto, mas com $F_t \approx 1\,000$ N (exercício 11.24). Se o arranque cair para 50 rpm/s, a travessia vai a 360 ms e o ocupante sente bem mais o balanço. Partida rápida também é estratégia de NVH.

Erro comum a evitar. Dividir 0,30 Hz por 200 rpm/s sem converter a banda para rpm, ou esquecer que na ordem 2 a mesma Δf em hertz vale só 9 rpm e o tempo cai à metade.

11.26. Quanto baixar duas fontes de 70 dB para o total cair 3 dB (Desafio)

Enunciado. Duas fontes iguais de 70 dB somam 73,0 dB (exercício 11.3). De quanto cada uma precisa cair para o total ir a 70 dB?

Conceito. Para baixar 3 dB um total feito de duas fontes iguais, cada fonte também precisa cair 3 dB. Tratar só uma delas quase não tira o nível do habitáculo.

Fórmula. $L_{i,novo} = L_{tot,alvo} - 10 \log_{10} 2$

De onde vem. Com duas fontes iguais, L_tot = L_i + 3,0 dB. Para L_tot = 70 dB, cada L_i deve valer 67,0 dB, 3,0 dB abaixo dos 70 dB originais.

Resolução

1. **Nível de cada uma.** L_i = 70,0 − 3,01 = 66,99 dB ≈ 67,0 dB.
2. **Redução.** Cada fonte precisa cair 3,0 dB (70,0 para 67,0).

Resposta. Cada fonte precisa cair 3,0 dB, para 67,0 dB.

Interpretação. Se só uma das duas cair a −∞ (for desligada), o total vai a 70 dB — o mesmo alvo — mas no veículo as duas costumam continuar lá. O diagnóstico certo é reduzir as duas, ou aceitar que tratar apenas a mais fraca (exercício 11.20) quase não move o nível.

Erro comum a evitar. Pedir 3 dB de queda em só uma fonte (70 e 67), o que daria total de 71,8 dB, ainda 1,8 dB acima do alvo.

11.27. Transmissibilidade de deslocamento em alta r (Desafio)

Enunciado. No ponto do exercício 11.1 (r = 8,89, ζ = 0,10), qual é a transmissibilidade de deslocamento |X / (F_0 / k)|, a razão entre a amplitude da massa e a flecha estática da força?

Conceito. Além da força na caixa (TR), o motor se move sobre o coxim. Em alta r essa amplitude cai com 1 / |1 − r²| e é ainda menor que a TR de força.

Fórmula. $H = 1 / \sqrt{(1 - r^2)^2 + (2 \zeta r)^2}$

De onde vem. H = |X / δ_st| é o ganho de receptância adimensional, o denominador da TR de força. A TR é H × √(1 + (2ζr)²); daí H = TR / numerador.

Resolução

1. **Denominador.** O denominador do exercício 11.1 já era 78,03. H = 1 / 78,03 = 0,0128.
2. **Conferir com a TR.** H = 0,0262 / 2,040 = 0,0128. Fecha.

Resposta. H = 0,0128, cerca de 1,3 % da flecha estática da força.

Interpretação. O motor, em regime, quase não se desloca em relação à flecha estática de F_0 — 1,3 % — porque está muito acima da natural. O que a caixa sente é a TR de força (2,6 %), um pouco maior por causa do termo de amortecimento no numerador.

Erro comum a evitar. Igualar H à TR (0,026) ou usar 1 / r² = 0,0126 e encerrar, esquecendo o (2ζr) que ainda pesa um pouco no denominador.

11.28. Ponderação A em 63 Hz e em 1 kHz (Desafio)

Enunciado. Um ronco de 70 dB (linear) em 63 Hz e um ruído de 70 dB em 1 kHz são lidos em ponderação A. Com os fatores ilustrativos A(63 Hz) ≈ −26 dB e A(1 kHz) ≈ 0 dB, quais são os níveis em dB(A)?

Conceito. O ouvido é menos sensível às baixas. A ponderação A desconta essas faixas e é a escala dos limiares de habitáculo. Um ronco ‘alto’ em dB linear pode parecer modesto em dB(A).

Fórmula. `L_A = L_lin + A(f)`

De onde vem. O fator A(f) é tabelado (valores ilustrativos neste exercício). Soma-se (em geral um número negativo) ao nível linear de cada banda.

Resolução

1. **63 Hz.** L_A = 70 + (−26) = 44 dB(A).
2. **1 kHz.** L_A = 70 + 0 = 70 dB(A).

Resposta. 63 Hz: 44 dB(A); 1 kHz: 70 dB(A).

Interpretação. Os dois têm 70 dB lineares, mas o de 1 kHz pesa 26 dB a mais na escala A — cerca de 400 vezes a intensidade percebida por essa curva. Por isso um forro que atua em 1 kHz (exercícios 11.8 e 11.19) move o dB(A) do habitáculo bem mais do que o mesmo esforço em 63 Hz.

Erro comum a evitar. Subtrair 26 dB dos dois, ou tratar dB e dB(A) como intercambiáveis no ronco de baixa.

11.29. Quatro coxins e a força por apoio (Desafio)

Enunciado. A força transmitida total do exercício 11.10 é 5,2 N, repartida por quatro coxins iguais. Qual é a força em cada apoio? Se um dos quatro endurecer e passar a levar metade do total, quanto cai em cada um dos outros três?

Conceito. Com quatro apoios iguais a carga se divide. Um coxim mais rígido (ou um batente que encosta) concentra força e ainda introduz um momento na caixa — um clássico de NVH de motor.

Fórmula. `F_i = F_t / 4`

De onde vem. No caso igualitário, cada apoio leva um quarto. No segundo cenário, um apoio leva F_t / 2 e os outros três repartem o restante.

Resolução

1. **Iguais.** F_i = 5,2 / 4 = 1,30 N.
2. **Um leva a metade.** Esse apoio passa a 2,60 N. Cada um dos outros três leva 5,2 × 0,50 / 3 = 0,87 N.

Resposta. Iguais: 1,30 N em cada um. Com um levando 50 %: 2,60 N nesse e 0,87 N em cada um dos outros.

Interpretação. O coxim que endurece leva o dobro da cota igualitária e ainda puxa a caixa para o lado. No diagnóstico, um apoio muito mais quente em vibração (exercício 11.22) é o primeiro lugar a olhar — não necessariamente o motor ‘inteiro’.

Erro comum a evitar. Manter 1,30 N nos quatro mesmo depois de um deles levar a metade, o que não conservaria a força total.

11.30. Folha da marcha lenta: r, TR, força e ruído (Desafio)

Enunciado. Feche a folha do coxim de 1,50 Hz a 800 rpm, $\zeta = 0{,}10$ e $F_0 = 200$ N: r, TR, força na caixa, e o total de duas fontes de 70 dB no habitáculo. Compare com o coxim de 3,0 Hz do exercício 11.23.

Conceito. A folha de NVH junta isolamento, força na estrutura e nível no ar. Este exercício reúne 11.1, 11.3, 11.10 e 11.23 no mesmo quadro.

Fórmula. `r = f / f_n , F_t = TR F_0`

De onde vem. São as fórmulas já usadas nos exercícios 11.1, 11.10 e 11.3, agora lado a lado, com o contraste de f_n do 11.23.

Resolução

1. **Coxim de 1,50 Hz.** r = 8,89; TR = 0,026; F_t = 5,2 N. Duas fontes de 70 dB: 73,0 dB.
2. **Coxim de 3,0 Hz.** r = 4,44; TR = 0,071; F_t = 14,2 N, 2,7 vezes a força na caixa. O nível aéreo das duas fontes não muda só por isso, mas o ruído estrutural tende a subir.

Resposta. Em 1,50 Hz: r = 8,89, TR = 0,026, F_t = 5,2 N e 73,0 dB no ar. Em 3,0 Hz: TR = 0,071 e F_t = 14,2 N.

Interpretação. A folha fecha o módulo: o coxim macio isola a lenta e pede flecha (exercício 11.6) e cuidado na ressonância (11.24). Endurecer sobe a força na caixa por um fator 2,7. O nível aéreo segue outra conta (11.3, 11.19, 11.28) e não se mistura ao decibel de vibração (11.22).

Erro comum a evitar. Somar 5,2 N com 73 dB, ou concluir que o coxim de 3,0 Hz também muda automaticamente o NPS aéreo de 73,0 dB.
